

Часть задач адресована школьникам более старших классов, однако вы можете их решать и получать баллы, они будут учтены при подведении итогов.

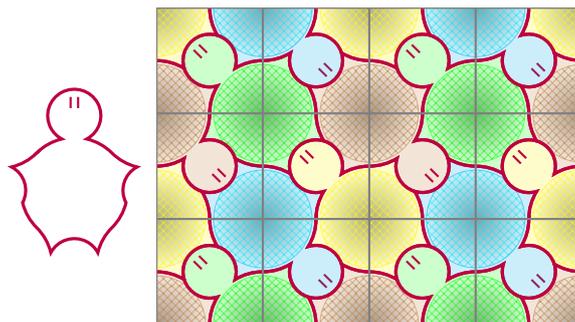
В скобках указано, каким классам рекомендуется задача (решать задачи более старших классов также разрешалось), а также, проверяется ли полное решение или достаточно было ввести ответ.

Задача 1. (6; ответ). Однажды в город пришёл торговец с зонтиками трёх цветов. Синих зонтиков у него было вдвое меньше, чем жёлтых и красных, красных — втрое меньше, чем жёлтых и синих, а жёлтых зонтиков 45. Сколько синих и сколько красных зонтиков было у торговца?

Задача 2. (6–7; ответ). Вставьте вместо каждой звёздочки цифру так, чтобы произведение трёх десятичных дробей равнялось натуральному числу. Использовать ноль нельзя, зато остальные цифры могут повторяться.

$$*,* \cdot *,* \cdot *,* = *$$

Задача 3. (6–8; ответ). Если из квадратных плиток, которые отличаются только расцветкой, сложить прямоугольник 3×4 , как на рисунке, то целиком в нём поместится 6 черепашек.



А сколько черепашек поместится целиком в составленном таким же образом прямоугольнике 20×21 ?

Задача 4. (6–9; ответ). Петя написал стозначное число X , в записи которого нет нулей. Пятидесятизначное число, образованное первыми пятьюдесятью цифрами числа X , Петя назвал *головой* числа X . Оказалось, что число X без остатка делится на свою голову. Сколько нулей в записи частного?

Задача 5. (7–11; решение). У золотоискателя есть куча золотого песка массой 37 кг (и больше песка у него нет), двухчашечные весы и две гири 1 и 2 кг. Золотоискатель умеет делать действия двух типов:

- *уравнивать весы*, т.е. если сейчас весы не в равновесии, то он может пересыпать часть песка с одной чаши на другую так, чтобы весы встали в равновесие;
- *досыпать до равновесия*, т.е. если сейчас весы не в равновесии, то он может добавить песка на одну из чаш так, чтобы весы встали в равновесие.

Конечно, каждое из этих действий он может сделать только если для этого у него хватает песка.

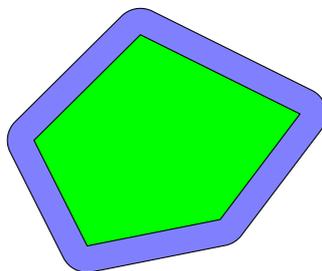
Как ему за два действия с весами получить кучку, в которой ровно 26 кг песка? Смешать две кучки песка, а также просто ставить что-то на весы действием не считается.

Задача 6. (8–11; ответ). Несократимая дробь $\frac{a}{b}$ такова, что

$$\frac{a}{b} = \frac{999}{1999} + \frac{999}{1999} \cdot \frac{998}{1998} + \frac{999}{1999} \cdot \frac{998}{1998} \cdot \frac{997}{1997} + \dots + \frac{999}{1999} \cdot \frac{998}{1998} \cdot \dots \cdot \frac{1}{1001}.$$

Найдите a и b .

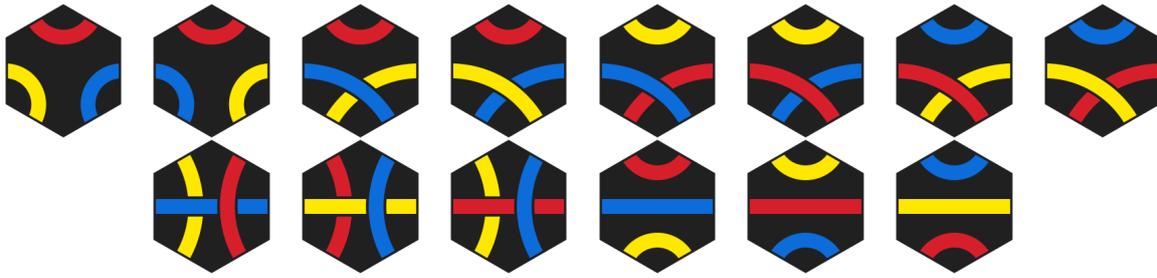
Задача 7. (9–10; ответ). Никита нарисовал и закрасил выпуклый пятиугольник с периметром 20 и площадью 21. Таня закрасила все точки, находящиеся на расстоянии не более 1 от закрашенных Никитой (см. рис.).



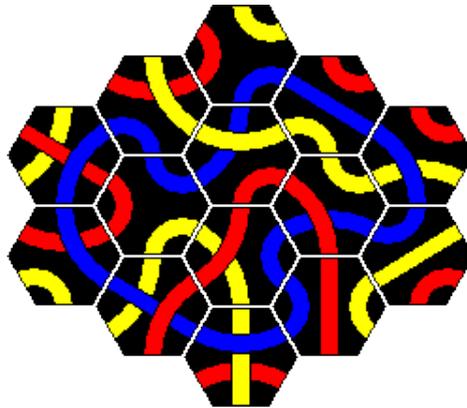
На сколько увеличилась закрасшенная площадь? Ответ округлите до сотых.

Задача 8. (10–11; ответ). Найдите трёхзначное число, которое представимо в виде суммы и двух, и трёх, и четырёх, и пяти, и шести квадратов попарно различных натуральных чисел. Достаточно привести один пример.

Задача 9. (10–11; решение). В игре Тантрикс-солитёр возможны фишки 14 типов:



Каждую из них можно поворачивать, но нельзя переворачивать: именно поэтому первые 2 фишки разные — их нельзя получить друг из друга поворотом. Их разрешается прикладывать друг к другу так, чтобы линии одного цвета были продолжениями друг друга. У Саши было по одной фишке каждого типа, и он мог выложить их так, чтобы все синие линии образовывали «петлю», и при этом чтобы в картинке не было «дырок»:



Саша потерял фишку . Докажите, что теперь он не сможет выложить оставшиеся 13 фишек так, чтобы в картинке не было «дырок», а все синие линии образовывали петлю.

Задача 10. (11; ответ). Сфера единичного радиуса касается всех рёбер некоторой треугольной призмы. Чему может быть равен объём этой призмы? Ответ округлите до сотых.