

Выберите игру, которая вас больше заинтересовала, и попробуйте придумать для одного из игроков (первого или второго) стратегию, гарантирующую ему победу независимо от ходов соперника. Постарайтесь не только указать, как следует ходить, но и объяснить, почему при этом неизбежен выигрыш. Ответ без пояснений не учитывается.

Не пытайтесь решить все задания, сохраните время и силы для других конкурсов. Хороший анализ даже только одной игры позволит считать ваше участие в конкурсе успешным.

### Задача 1. «Две змеи».

Двое по очереди закрашивают клетки поля  $m \times n$ , каждый своим цветом. Первым ходом они закрашивают противоположные угловые клетки. Далее каждый ведёт свою «змейку», всякий раз закрашивая клетку, соседнюю по стороне с той, что он красил предыдущим ходом. «Змейкам» соперников запрещено соприкасаться по стороне клетки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто — начинающий или его соперник — победит в этой игре, как бы ни играл его партнёр?

Рассмотрите случаи:

- а)  $m = n = 9$ ;
- б)  $m = 8, n = 10$ ;
- в)  $m = 9, n = 10$ ;
- г)  $m = 2, n = 15$ .

### Задача 2. «Монеты».

В банке хранится  $N$  монет ( $N$  — нечётное число). Два игрока по очереди берут себе монеты из банки. За один ход можно взять одну или две монеты. Когда банка опустеет, игра закончится. Кто — начинающий или его соперник — победит в этой игре, как бы ни играл его партнёр, если:

- а)  $N = 7$ , а выигрывает тот, у кого окажется **чётное число** монет по окончании игры;
- б)  $N = 7$ , а выигрывает тот, у кого окажется **нечётное число** монет по окончании игры;
- в)  $N = 9$ , а выигрывает тот, у кого окажется **чётное число** монет по окончании игры?

г) Разберите общий случай: кто выигрывает в зависимости от  $N$ , если для выигрыша требуется чётное число монет в итоге, и кто — если нечётное?

### Задача 3. «Весы».

Есть  $N$  гирь, которые весят 1, 2, 3, ...,  $N$  граммов. Двое по очереди кладут на весы по одной гирьке. Каждый кладёт гирьку на свою чашу, причём так, чтобы своя чаша после сделанного хода перевесила. Тот, кто не может сделать ход по правилам, считается *победителем*. Кто — начинающий или его соперник — победит в этой игре, как бы ни играл его партнёр, если:

- а)  $N = 4$ ;
- б)  $N = 7$ ;
- в)  $N = 8$ ;
- г)  $N = 99$ ;
- д)  $N = 98$ ?

е) Петя и Вася сыграли для  $N = 8$ , Петя ходил первым. В итоге на весы были выложены все восемь гирек, после чего Петя выиграл. Докажите, что Вася мог выиграть, но упустил свой шанс.

---

Не забудьте **подписать** свою работу (указать номер карточки, фамилию, имя, школу, класс) и **сдать** её. Сдавать листок с условиями не нужно. Задания, решения, результаты участников (после 20 ноября) и информация о закрытии будут опубликованы по адресу [turlom.olimpiada.ru](http://turlom.olimpiada.ru)

ЦПМ, МЦНМО и школа «Летово» проведут серию вебинаров для 6–8 классов, посвящённых разбору заданий Турнира Ломоносова, а также олимпиадной подготовке по математике, физике и биологии.

Подробнее: [turlom.letovo.ru](http://turlom.letovo.ru)