

Конкурс по математическим играм

Выберите игру, которая вас больше заинтересовала, и попробуйте придумать для одного из игроков (первого или второго) стратегию, гарантирующую ему победу независимо от ходов соперника. Постарайтесь не только указать, как следует ходить, но и объяснить, почему при этом неизбежен выигрыш. Ответ без пояснений не учитывается.

Не пытайтесь решить все задания, сохраните время и силы для других конкурсов. Хороший анализ даже только одной игры позволит считать ваше участие в конкурсе успешным

1. «Скрепки» Дана цепочка из скрепок нескольких разных цветов. Играют двое. За ход можно расцепить любые две **разноцветные** скрепки и соединить снова полученные части в одну цепочку, сцепив **одноцветные** скрепки. Проигрывает тот, у кого нет хода.

Кто — начинающий или его соперник — победит в этой игре, как бы ни играл его партнёр? (Разумеется, ответ может зависеть от исходной цепочки.)

Рассмотрите случаи (для удобства записи мы обозначаем цвета цифрами):

- а) Цепочка **213312**;
- б) Цепочка **121314151617181912**;
- в) Цепочка со скрепками двух цветов, расположение скрепок не указано;
- г) Цепочка со скрепками трёх цветов, расположение скрепок не указано;
- д) Придумайте цепочку из шести скрепок (количество цветов выберите сами), для которой начинающий может обеспечить себе победу, но если он сделает неправильный первый ход, то победу сможет себе обеспечить его соперник. Покажите ход игры в обоих случаях.

2. «Делители» Вначале на доске написано число **1**. Двое играют в игру. За ход можно прибавить к написанному на доске числу любой его делитель (в том числе единицу и само это число), новое число написать на доске, а старое стереть. Нельзя писать числа, превышающие **N** . Побеждает тот, кто первым напишет **N** .

Кто выиграет при правильной игре: тот, кто ходит первым, или его партнёр?

Рассмотрите случаи:

- а) **$N = 6$** ;
- б) **N** — любое нечётное число;
- в) **$N = 1024$** ;
- г) **$N = 120$** ;
- д) **$N = 2p$** , где **p** — простое число.
- е) Вы играете до **$N = 42$** , на доске число **15**, Ваш ход. Сможете ли Вы наверняка победить своего соперника?

3. «Подальше от исхоженных дорог» В угловой клетке клетчатой доски **$m \times n$** стоит фишка. Двое по очереди ходят ею. За один ход фишку можно переместить в соседнюю по стороне клетку. При этом нельзя ходить на клетки, где фишка уже была, а также на клетки, имеющие общую сторону с теми, на которых фишка уже была (не считая той, где она находится сейчас). Проигрывает тот, кто не может сделать хода.

Кто выиграет при правильной игре: тот, кто ходит первым, или его партнёр?

Рассмотрите случаи:

- а) **$m = n = 8$** ;
- б) **$m = 4, n = 5$** ;
- в) **$m = 2, n$** — любое;
- г) **$m = 3, n$** — любое;
- д) **m и n** — любые нечётные.

Не забудьте **подписать** свою работу (указать номер карточки, фамилию, имя, школу, класс) и **сдать** её. Сдавать листок с условиями не нужно. Задания, решения, результаты участников (после 20 ноября) и информация о закрытии будут опубликованы по адресу turlom.olimpiada.ru.