

Конкурс по математическим играм

Выберите игру, которая вас больше заинтересовала, и попробуйте придумать для одного из игроков (первого или второго) стратегию, гарантирующую ему победу независимо от ходов соперника. Постарайтесь не только указать, как следует ходить, но и объяснить, почему при этом неизбежен выигрыш. Ответ без пояснений не учитывается.

Не пытайтесь решить все задания, сохраните время и силы для других конкурсов. Хороший анализ даже только одной игры позволит считать ваше участие в конкурсе успешным

1. «Метро» В некотором городе есть метро (см. схемы: точками обозначены станции, а линиями — перегоны между ними). Два подрядчика, фирмы "Альфа" и "Бета", играют в интересную игру, по очереди закрывая перегоны на ремонт. За один ход разрешается закрыть любое количество перегонов, отходящих от одной станции. При этом нужно, чтобы всегда оставалась возможность проехать по незакрытым перегонам от любой станции к любой другой. Начинает игру "Альфа". Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Кто — "Альфа" или "Бета" — победит в этой игре, как бы ни играл партнёр? Рассмотрите случаи:

- а) 4 станции, соединённые друг с другом (рис. 1);
- б) Одна "кольцевая линия" с $N \geq 3$ станциями и одна станция в центре (на рис. 2 пример для $N = 12$);
- в) Схема в виде "полоски" из N квадратиков (на рис. 3 пример для $N = 9$);
- г) 8 станций, соединённых так, как показано на рис. 4;
- д) 10 станций, соединённых так, как показано на рис. 5.

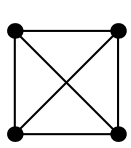


Рис. 1

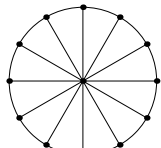


Рис. 2

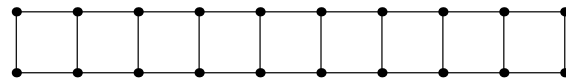


Рис. 3

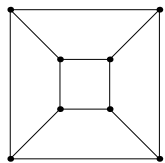


Рис. 4

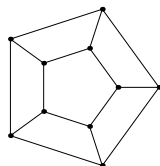


Рис. 5

2. «Фрукты» На столе лежат a апельсинов, b бананов и c слив. За один ход надо съесть два разных фрукта. Кто не может сделать ход, тот проиграл. Кто — начинающий или его соперник — победит в этой игре, как бы ни играл партнёр? Рассмотрите случаи:

- а) $a = 1$. Кто выигрывает в зависимости от b и c ?
- б) $a = 6, b = 8, c = 10$;
- в) $a = 7, b = 9, c = 15$;
- г) $a = 19, b = 20, c = 21$.

3. «Одинокий крестик» Дан клетчатый прямоугольник. Сначала первый игрок помечает крестиком любую клетку. После этого второй игрок делает ход: разрезает прямоугольник на два прямоугольника по любой линии сетки, часть с крестиком выбрасывает, а на оставшейся части ставит свой крестик в любой клетке. Затем свой ход делает первый игрок: разрезает оставшуюся часть по любой линии сетки, часть с крестиком соперника выбрасывает, а на новом остатке ставит свой крестик. Игроки делают такие ходы по очереди. Кто не сможет сделать ход, проигрывает.

Кто — начинающий или его соперник — победит в этой игре, как бы ни играл партнёр? Рассмотрите игру для прямоугольников следующих размеров:

- а) 3×10 ;
- б) $4 \times n$;
- в) $5 \times n$;
- г) 7×7 ;
- д) $n \times n$;
- е) $m \times n$.

Не забудьте **подписать** свою работу (указать номер карточки, фамилию, имя, школу, класс) и **сдать** её. Сдавать листок с условиями не нужно. Закрытие Турнира в Москве и Московской области, вручение грамот и призов запланировано на воскресенье 17 января 2016 года. Задания, решения, результаты участников (после 20 ноября) и информация о закрытии будут опубликованы по адресу turlom.olimpiada.ru.