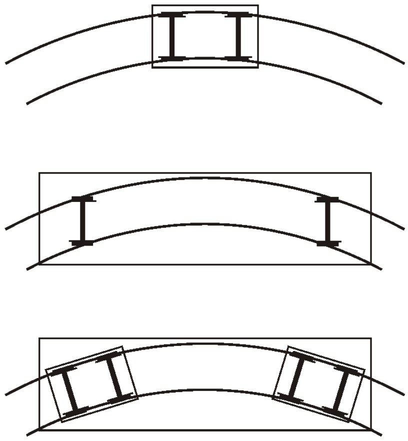
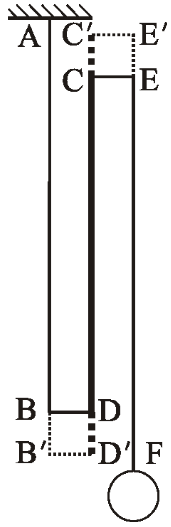
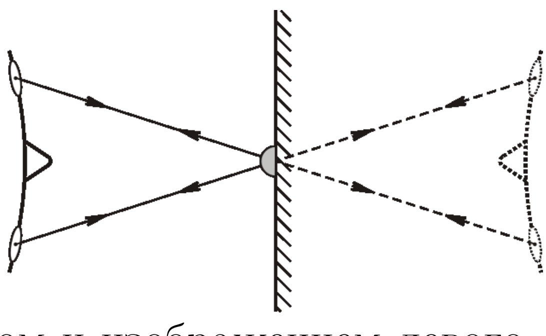


Задача 1. (5—7 классы)
Современные железнодорожные вагоны значительно больше вагонов XIX века — и по длине и, особенно в случае грузовых вагонов, по весу. Поэтому первая причина заключается в том, что нагрузку от более тяжелого вагона требуется распределить на большее количество колесных пар. Однако это не объясняет того, зачем четыре оси нужны в гораздо более легких пассажирских вагонах. Заметим, что двухосные вагоны с трудом могли проходить повороты (если бы между рельсами и колесами не было зазора — не могли бы совсем, см. рисунок 1). Сделать длинный вагон, оставив его двухосным, невозможно — он просто сойдет с рельсов на первом же повороте, потому что оси его колес окажутся не перпендикулярными рельсам (см. рисунок 2). Рисунок 3 объясняет, как наличие колесных тележек решает эту проблему. *(5 баллов)*



Задача 2. (5–8 классы)
Нарисуем, как будет выглядеть подвес после теплового расширения, если его длина не изменилась. Точки A и F остаются на месте, а остальные точки переходят в штрихованные. Так как боковые стержни сделаны из одного и того же металла, их удлинения одинаковы —$BB' = EE'$. Тогда удлинение центрального стержня — $CC' + DD' = EE' + BB'$, то есть в два раза больше, чем удлинение каждого из боковых стержней. *(5 баллов)*

Задача 3. (5–8 классы)



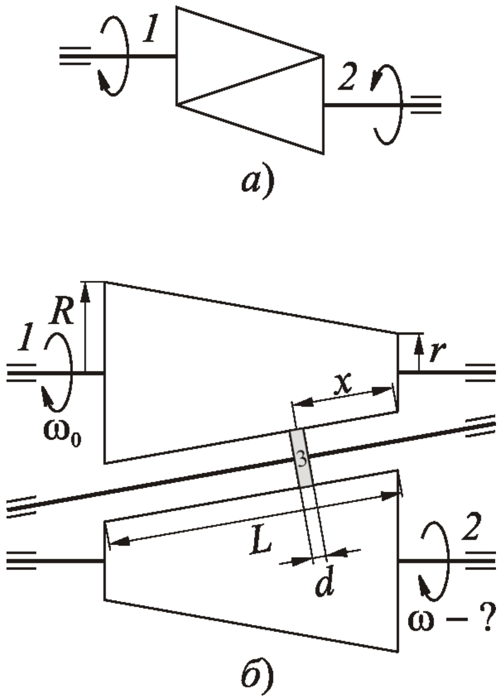
Как известно, плоское зеркало дает мнимое изображение предмета (в нашем случае, мальчика), расположенное симметрично относительно плоскости зеркала. Когда мальчик закрыл изображение зажмуренного левого глаза, его палец оказался ровно посредине между правым глазом и изображением левого, т.е. напротив носа. Если теперь он зажмурит правый глаз и посмотрит левым, то в силу симметрии закрыто пальцем будет изображение правого глаза. *(5 баллов)*

Задача 4. (8–9 классы)
Максимальное расстояние между бортами — это максимальная ширина судна, измеренная на одной горизонтали. Значит, если судно может пройти по каналу, объем его подводной части не больше объема прямоугольного параллелепипеда размерами 20 м × 100 м × 7 м. Отсюда максимальная выталкивающая сила

$$F_{арх.} = \rho_{в} g V_{max} = 10^3 \text{ кг/м}^3 \times 9,8 \text{ м/с}^2 \times 14 \cdot 10^3 \text{ м}^3 = 1,37 \times 10^8 \text{ Н},$$

что меньше действующей на судно силы тяжести ($mg = 1,6 \times 10^8$ Н). Значит, осадка этого судна больше 7 м, и по каналу оно пройти не сможет. *(5 баллов)*

Задача 5. (8–10 классы)



а) При вращении вала с постоянной угловой скоростью все точки поверхности конуса движутся с разными линейными скоростями — чем больше расстояние до оси, тем больше скорость, то есть точки у основания конуса движутся быстро, а точки у вершины — медленно. Отсюда следует, что два конуса в передаче (а) не могут вращаться без проскальзывания, так как условием такого вращения является то, что линейные скорости соприкасающихся точек одинаковы. Это возможно только в одной точке линии соприкосновения конусов. При проскальзывании в механических передачах выделяется тепло (теряется энергия) и изнашиваются детали конструкции, поэтому передача (а) не используется в реальной технике.
б) Чтобы такая проблема не возникала в передаче (б), необходимо, чтобы скорость поверхности конуса мало менялась на толщине ролика d (так как ролик цилиндрический, при вращении его с постоянной угловой скоростью все точки его поверхности движутся с одинаковой линейной скоростью). Скорость точек поверхности конуса изменяется от $\omega_0 R$ до $\omega_0 r$ на расстоянии L, в то время как на толщине ролика она должна почти не меняться, то есть толщина ролика d должна быть много меньше L.
в) Скорость точек поверхности ведущего конуса пропорциональна ра-

диусу, то есть линейно зависит от расстояния вдоль образующей:

$$v_1(x) = v_0 + kx.$$

Найдем коэффициенты, входящие в эту зависимость.

$$v_1(0) = v_0 = \omega_0 r$$

$$v_1(L) = kL + v_0 = \omega_0 R \quad ,$$

следовательно,

$$v_0 = \omega_0 r, \quad k = \omega_0 (R - r)/L.$$

Значит, скорость поверхности ведущего конуса в месте касания ролика

$$v_1 = \omega_0 (R - r)x/L + \omega_0 r \quad ,$$

и она равна скорости всей поверхности ролика, то есть, при отсутствии проскальзывания, скорости поверхности ведомого конуса в месте касания ролика. Эта скорость равна

$$v_2 = \omega(R - r)(L - x)/L + \omega r$$

(аналогично v_1). Приравняв v_1 и v_2, находим:

$$\omega = \frac{(R - r)x + Lr}{LR - (R - r)x}\omega_0.$$

(8 баллов)

Задача 6. (9–11 классы)
а) Конечно, размеры пловца настолько малы, что разностью скоростей реки для разных точек пловца можно пренебречь. Введем прямоугольную систему координат, где ось x направлена перпендикулярно течению реки, ось y — по течению, а начало координат лежит в точке старта пловца. Река никак не меняет перпендикулярную берегу составляющую скорости $vx = v$, поэтому время движения от берега (или к берегу):

$$t_1 = L/v.$$

С другой стороны, скорость пловца v никак не влияет на его движение по координате y — в любой момент его сносит со скоростью течения $u(x)$. Если с момента старта прошло время t, то скорость сноса

$$v_y = u(vt) = kvt.$$

Отсюда мы видим, что по оси y пловец движется с постоянным ускорением $a_y = kv$ и нулевой начальной скоростью. Значит, его перемещение по y на пути от берега

$$S_1 = a_y t_1^2/2 = kL^2/(2v).$$

Снос на обратном пути, очевидно, будет такой же. Значит, в итоге спортсмена снесет на

$$S = 2S_1 = kL^2/v.$$

б) Когда пловец поворачивает свою скорость на угол α, то время заплыва от берега становится равным

$$t_1 = L/(v\cos\alpha).$$

Скорость сноса в момент времени t

$$v_y = kv\cos\alpha \cdot t - v\sin\alpha.$$

Пловец в этом случае имеет постоянное ускорение $a_y = kv\cos\alpha$ и отрицательную начальную скорость $v_{0y} = -v\sin\alpha$. Поэтому перемещение по y на пути от берега

$$S_1 = v_{0y}t_1 + a_y t_1^2/2 = -Ltg\alpha + kL^2/(2v\cos\alpha).$$

На пути к берегу (t — время, прошедшее после разворота):

$$v_y = -v\sin\alpha + k(L - v\cos\alpha \cdot t) = -v\sin\alpha + kL - kv\cos\alpha \cdot t$$

$$a'_y = -kv\cos\alpha, \quad v'_{0y} = -v\sin\alpha + kL$$

$$S_2 = (-v\sin\alpha + kL)t_1 - kv\cos\alpha \cdot t_1^2/2 = -Ltg\alpha + kL^2/(2v\cos\alpha).$$

Снос на второй половине заплыва и в этом случае оказывается таким же, как и на первой (что, в общем, было почти очевидно). Чтобы пловец вышел на берег в точке старта, должно быть

$$S_1 + S_2 = 2S_1 = 0.$$

Из этого условия получаем

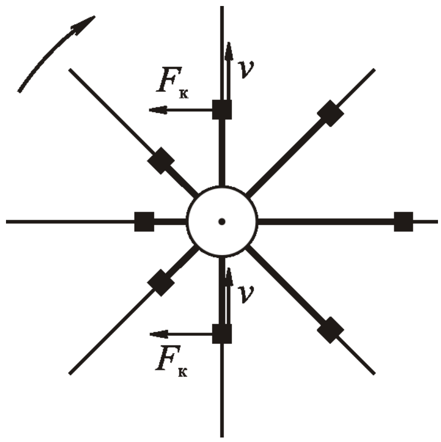
$$\sin\alpha = kL/(2v).$$

Спортсмену удастся добиться нулевого сноса только если его скорость

$$v > kL/2.$$

(8 баллов)

Задача 7. (9–11 классы)
а) Работать движитель, разумеется, не будет. Он является типичным инерцоидом — устройством, якобы способным разгоняться без всякого взаимодействия с окружающим миром. Создать такое устройство невозможно, это противоречит закону сохранения импульса.



б) Ошибка изобретателя состоит в том, что он не учел силы Кориолиса, действующие на грузы при их движении. Сила Кориолиса — одна из сил инерции, действующая в неинерциальной (вращающейся) системе отсчета на тела, движущиеся относительно этой системы. В данном случае ее возникновение можно объяснить очень просто. При вращении устройства груз, переходящий с левой на правую часть своей траектории (то есть находящийся в верхней по рисунку части) должен двигаться по спице от центра. Но при этом его линейная скорость (связанная с вращением) должна возрастать. Чтобы сообщить грузу соответствующее ускорение, спица должна подталкивать его силой, направленной вправо. Тогда груз по III закону Ньютона будет действовать на спицу силой, направленной влево (см. рисунок, на нем показаны силы, действующие на спицы). Кроме того, вектор скорости груза поворачивается (вправо). Этому повороту соответствует направленное вправо дополнительное ускорение груза. Его опять-таки должна сообщать сила реакции спицы. Сама спица при этом получает от груза дополнительную силу, направленную влево.

Аналогично, когда груз проходит нижнюю часть своей траектории, он движется по спице к центру. Его скорость вращения (линейная) при этом уменьшается, спица должна его тормозить, при этом груз будет давить на нее влево. Дополнительную силу того же направления дает поворот вектора скорости груза — из рисунка видно, что этот вектор опять поворачивается вправо.

Эти дополнительные силы, действующие на верхние и нижние спицы, и будут компенсировать суммарную центробежную силу, действующую на штанги. Устройство будет вращаться, не сдвигаясь ни влево, ни вправо.

Описанный здесь механизм возникновения силы Кориолиса является совершенно общим. Эта сила всегда возникает по двум причинам — из-за изменения линейной скорости вращения тела при его смещении по радиусу вращающейся системы отсчета и из-за возникающего при этом поворота вектора его скорости. *(8 баллов)*

Задача 8. (9–11 классы)
Введем обозначения:
c — удельная теплоемкость меди;
λ — удельная теплота плавления;
ρ — плотность;
σ — удельное сопротивление (буква ρ, к сожалению, уже использована в плотности);
$T_{пл}$ — температура плавления;
T_0 — начальная температура проволочки;
I — сила тока, протекающего через амперметр;
L — длина проволочки;
S — площадь ее поперечного сечения;
Δt — время, в течение которого амперметр может выдержать ток.
Найдем сопротивление проволочки R:

$$R = \sigma L/S = 1,7 \times 10^{-8} \times 20 \times 10^{-3}/10^{-8} = 0,034 \text{ Ом}$$

Теперь рассчитаем тепловую мощность P, которая выделяется в этой проволочке при протекании через нее тока I и количество тепла Q, которое выделится в ней за время Δt:

$$P = I^2 R = 20^2 \times 0,034 = 13,6 \text{ Вт}$$

$$Q = P\Delta t = 13,6 \times 0,02 = 0,272 \text{ Дж.}$$

Поскольку вся проволочка однородная, если вдруг в каком-то месте она начала плавиться, значит во всех остальных местах она нагрелась до температуры плавления.
Найдем тепловую энергию Q_1, которая для этого потребуется (m — масса проволочки):

$$Q_1 = cm\Delta T = c\rho SL(T_{пл} - T_0) = \\ 390 \times 8900 \times 0,01 \times 10^{-6} \times 20 \times 10^{-3} \times 1060 = 0,36 \text{ Дж.}$$

Это почти в полтора раза больше, чем энергия Q, выделяющаяся в проволочке за время сгорания амперметра. Таким образом, даже без учета потерь тепла на нагревание окружающей предохранитель среды, энергии, выделяющейся при протекании тока не хватит, чтобы нагреть проволочку до температуры плавления. Тогда этой энергии и подавно не хватит, чтобы расплавить хотя бы ее часть. Амперметр, увы, сгорит. *(8 баллов)*

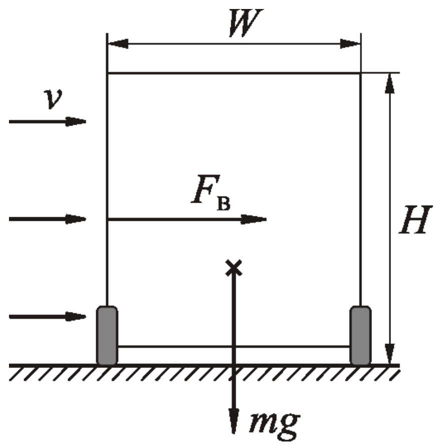
Задача 9. (9–11 классы)
Оценим для начала плотность атмосферного воздуха (она нам понадобится в дальнейшем). Напишем для какого-то объема воздуха уравнение Менделеева-Клапейрона (обозначения — стандартные):

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

Отсюда плотность воздуха

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{Mp}{RT}$$

Универсальная газовая постоянная, как известно, равна 8,31 Дж/(моль × К). Атмосферное давление p можно считать равным 100 кПа. Поскольку мы рассматриваем воздух во время урагана, на улице скорее всего не очень жарко, поэтому температуру T для оценки возьмем равной 290 К. Молярную массу воздуха M можно оценить из того факта, что он состоит в основном из азота N_2 и кислорода O_2. Для оценки можно взять среднее арифметическое молярных масс этих газов (28 г/моль и 32 г/моль). Можно также вспомнить более точное значение этой величины (в действительности молярная масса воздуха близка к 29 г/моль).
Подставив в формулу все эти значения, получаем, что $\rho \approx 1,2$ кг/м^3.



Оценить силу, действующую на автобус при боковом ветре, можно следующим образом. Предположим, что прошел некоторый промежуток времени Δt. За это время на боковую стенку автобуса «налетела» масса воздуха, равная

$$\Delta m = \rho L H v \Delta t.$$

Здесь L — длина автобуса, H — его высота, v — скорость ветра. Этот воздух обладал импульсом

$$\Delta \rho = \Delta m v = \rho L H v^2 \Delta t.$$

Для оценки будем считать, что весь этот импульс «налетевший» воздух передает автобусу. Тогда сила давления воздушного потока на стенку автобуса определяется законом сохранения импульса:

$$F = \frac{\Delta \rho}{\Delta t} = \rho L H v^2.$$

Будем считать, что точка приложения этой силы — центр боковой стенки автобуса. Допустим, ветер налетает на автобус слева — опрокидывание тогда происходит вокруг нижней точки правой пары колес. Момент силы давления относительно этой точки равен

$$M_в = F \cdot H/2 = \rho L H^2 v^2/2.$$

Момент силы тяжести относительно той же точки равен

$$M_т = mg \cdot W/2.$$

Здесь m — масса автобуса, W — его ширина. Автобус начнет переворачиваться, когда $M_в$ станет больше $M_т$, т.е. при скорости ветра

$$v > \sqrt{\frac{mgW}{\rho L H^2}}.$$

Для получения численного значения нужно разумно оценить параметры автобуса. «На глаз» длину обычного городского автобуса можно оценить в 12 м, ширину в 2,5 м, высоту в 3 м. По поводу его массы — известно, что масса легкового автомобиля составляет 1 – 1,5 т. Автобус

значительно тяжелее — он гораздо больше и везет много пассажиров. Для оценки примем его массу равной 15 т. (Взятые нами параметры очень близки к характеристикам автобуса ЛИАЗ-5292.)
Подставив эти значения в выведенную нами формулу, получаем:

$$v > 50 \text{ м/с}.$$

Ответ грубо округлен, так как заведомо не претендует на высокую точность. *(8 баллов)*