Конкурс по математике

Задача 1. В лифте написано: «рассчитан на 5 человек, 400 кг». Хулиган Вася приписал по одной цифре (большей нуля) перед каждым из двух чисел, но в итоге средний вес человека не изменился. Какие цифры он приписал?

Задача 2. В остроугольном неравнобедренном треугольнике ABC угол A равен $60^{\circ},\ BD$ и CE — высоты. Найдите отношение $\frac{AB-AC}{BE-CD}$.

Задача 3. В вершинах правильного шестиугольника стоят целые числа, меньшие 2018 по модулю. Для каждой пары противоположных вершин проводят диагональ, соединяющую их, считают сумму чисел в вершинах каждого из двух получившихся четырёхугольников и перемножают две получившиеся суммы. Какое наибольшее количество из трёх получившихся произведений может равняться 2018?

Задача 4. Найдите всевозможные тройки целых ненулевых чисел $a,\,b,\,c$ таких, что a < b < c и многочлен

$$x(x-a)(x-b)(x-c)+1$$

разлагается в произведение двух квадратных трёхчленов с целыми коэффициентами.

Задача 5. На плоскости отмечено 2018 точек так, что любая прямая содержит не более двух отмеченных точек. Докажите, что найдутся 1009 попарно пересекающихся прямых таких, что каждая отмеченная точка лежит на одной из этих прямых.