Задача 1.
Пусть $x < y$ — положительные действительные числа такие, что

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \qquad \text{и} \qquad \sqrt{x+2} + \sqrt{y+2} = 5.$$

Найдите x.

Задача 2.
Какое наибольшее количество непересекающихся троек попарно различных натуральных чисел можно выбрать среди чисел от 1 до 2024 так, чтобы в каждой тройке одно число равнялось произведению двух других?

Задача 3.
Окружность с центром в точке O проходит через вершины B и C треугольника ABC и вторично пересекает стороны AB и AC в точках P и Q соответственно. Предположим, что окружности с диаметрами BP и CQ касаются друг друга внешним образом в точке T. Найдите длину отрезка AO, если $AB = 18$, $AC = 36$ и $AT = 12$.

Задача 4.
Назовём *словом* любую последовательность букв. Со словами разрешается проделывать следующие операции: 1) удалить первую букву слова; 2) удалить последнюю букву слова; 3) добавить копию слова после него. Например, если исходное слово — ABC, применение операций даст BC, AB и ABCABC соответственно. Верно ли, что с помощью таких операций можно в любом слове переставить буквы в любом порядке?

Задача 5.
На плоскости нарисована замкнутая 222-звенная ломаная. Известно, что два соседних звена ломаной перпендикулярны друг другу, а также никакие два звена ломаной не лежат на одной прямой. Какое наибольшее количество точек самопересечений может иметь такая ломаная?