

Часть задач адресована школьникам более старших классов, однако вы можете их решать и получать баллы, они будут учтены при подведении итогов.

**Задача 1.** (6-9 класс)

На лицевой стороне каждой из 6 карточек Аня написала черным или красным фломастером по натуральному числу. При этом каждым цветом Аня написала хотя бы два числа.

Затем Боря взял каждую карточку, посмотрел, каким цветом на ней написано число, перемножил все Анины числа того же цвета на других карточках и записал результат на обороте карточки (если другая карточка того же цвета всего одна, то Боря пишет число с этой одной карточки).

Мы видим обороты, на которых написаны числа 18, 23, 42, 42, 47, 63. А что написано на лицевых сторонах этих карточек?

|                 |    |    |    |    |    |    |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|
| Оборот          | 18 | 23 | 42 | 42 | 47 | 63 |
| Лицевая сторона |    |    |    |    |    |    |

**Задача 2.** (7-11 класс)

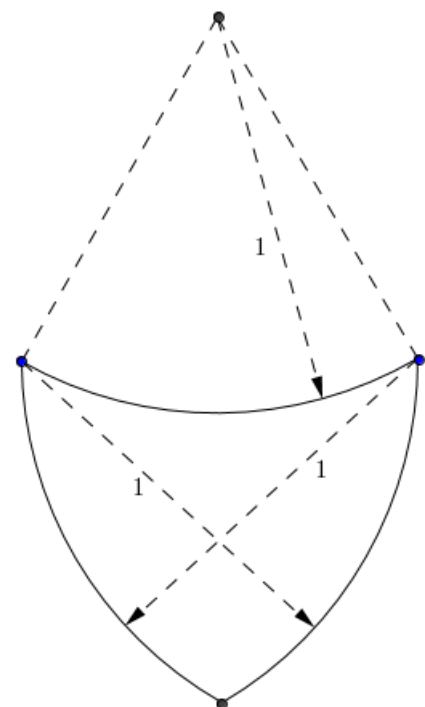
На контурной карте России 85 регионов. Вовочка хочет покрасить на карте каждый регион в белый, синий или красный цвет так, чтобы белый и красный цвета не имели общей границы. При этом один или даже два цвета можно не использовать.

Докажите, что количество вариантов такой раскраски — нечётно.

**Задача 3.** (8-9 класс)

Король Артур хочет заказать кузнецу новый рыцарский щит по своему эскизу. Король взял циркуль и нарисовал три дуги радиусом 1 ярд так, как показано на рисунке.

Чему равняется площадь щита? Ответ округлите до сотых. Напомним, что площадь круга радиуса  $R$  равна  $\pi R^2$ ,  $\pi \approx 3,14$ .



**Задача 4.** (8-11 класс)

Марина купила тур в Банановую страну с 5

по 22 октября. Ввозить и вывозить бананы через границу запрещено. Банановый король в начале каждого месяца издаёт указ о ценах. Цена одного банана в местной валюте на нужные числа октября приведена в таблице:

|       |     |   |   |     |   |    |     |     |    |    |    |     |    |    |    |     |    |     |
|-------|-----|---|---|-----|---|----|-----|-----|----|----|----|-----|----|----|----|-----|----|-----|
| Число | 5   | 6 | 7 | 8   | 9 | 10 | 11  | 12  | 13 | 14 | 15 | 16  | 17 | 18 | 19 | 20  | 21 | 22  |
| Цена  | 8,1 | 8 | 7 | 8,1 | 9 | 8  | 8,1 | 7,2 | 7  | 8  | 9  | 8,1 | 9  | 8  | 9  | 8,2 | 7  | 7,1 |

Марина хочет ежедневно съесть по одному банану. Она любит только зелёные бананы, поэтому согласна съесть банан только в течение 4 дней после покупки. Например, банан, купленный 5 октября, Марина согласна съесть 5, 6, 7 или 8 октября.

Марина может запасаться бананами, когда они подешевле.

В какие дни по сколько бананов надо покупать Марине, чтобы потратить как можно меньше денег? В ответ напишите 18 целых чисел.

|        |     |   |   |     |   |    |     |     |    |    |    |     |    |    |    |     |    |     |
|--------|-----|---|---|-----|---|----|-----|-----|----|----|----|-----|----|----|----|-----|----|-----|
| Число  | 5   | 6 | 7 | 8   | 9 | 10 | 11  | 12  | 13 | 14 | 15 | 16  | 17 | 18 | 19 | 20  | 21 | 22  |
| Цена   | 8,1 | 8 | 7 | 8,1 | 9 | 8  | 8,1 | 7,2 | 7  | 8  | 9  | 8,1 | 9  | 8  | 9  | 8,2 | 7  | 7,1 |
| Кол-во |     |   |   |     |   |    |     |     |    |    |    |     |    |    |    |     |    |     |

**Задача 5.** (10-11 класс) Приведите пример таких целых чисел  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , среди которых нет одинаковых, что  $a^b = c^d$  и  $b^a = d^c$ .

---

Задания, информация о разборах, решения и результаты участников (после 20 ноября) будут опубликованы на сайте [turlom.olimpiada.ru](http://turlom.olimpiada.ru) Обратите внимание: в этом году результаты будут доступны ТОЛЬКО по коду (ключу). Пожалуйста, сохраните его и не теряйте.

---

Образовательный центр "Сириус" приглашает на Сириус.Курсы доступны для всех желающих. Обучение полностью бесплатно. Сертификаты учитываются при отборе в "Сириус". <http://edu.sirius.online>

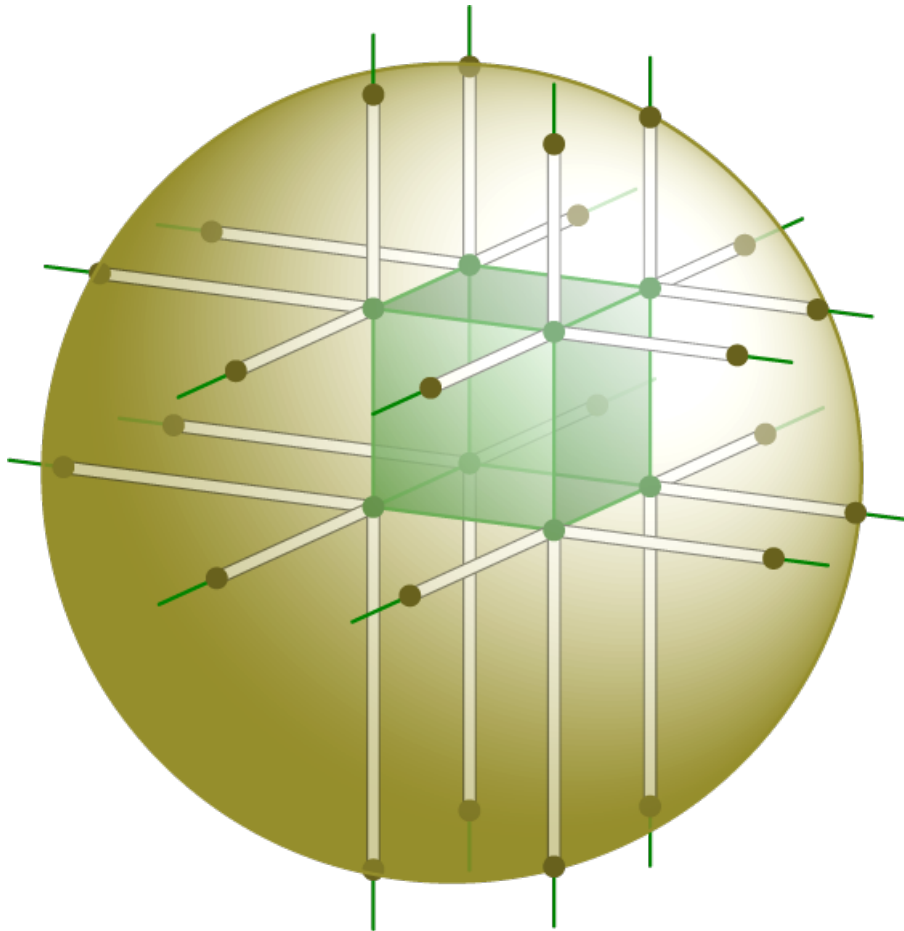
---

Если вам понравилось решать олимпиадные задания по математике, приглашаем продолжить на бесплатной онлайн-платформе от школы "Летово".

Вы сможете выбрать задачи по уровню сложности, по определенным темам или подобные тем, которые встречались в различных олимпиадах прошлых лет. <https://www.letovo.online/subject/3>

**Задача 6.** (10-11 класс)

Известно, что если у правильного  $N$ -угольника, находящегося внутри окружности, продлить все стороны до пересечения с этой окружностью, то  $2N$  добавленных к сторонам отрезков можно разбить на две группы с одинаковой суммой длин.



Верно ли аналогичное утверждение для находящегося внутри сферы

- а) произвольного куба?
- б) произвольного правильного тетраэдра?

(Каждое ребро продлевают в обе стороны до пересечения со сферой. В итоге к каждому ребру добавляется по отрезку с обеих сторон. Требуется покрасить каждый из них либо в красный, либо в синий цвет, чтобы сумма длин красных отрезков была равна сумме длин синих.)

Поясните свои ответы на предыдущие вопросы.