Задача 1. (7-11 класс)

На контурной карте России 85 регионов. Вовочка хочет покрасить на карте каждый регион в белый, синий или красный цвет так, чтобы белый и красный цвета не имели общей границы. При этом один или даже два цвета можно не использовать.

Докажите, что количество вариантов такой раскраски — нечётно.

Задача 2. (8-11 класс)

Марина купила тур в Банановую страну с 5 по 22 октября. Ввозить и вывозить бананы через границу запрещено. Банановый король в начале каждого месяца издаёт указ о ценах. Цена одного банана в местной валюте на нужные числа октября приведена в таблице:

Число	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Цена	8,1	8	7	8,1	9	8	8,1	7,2	7	8	9	8,1	9	8	9	8,2	7	7,1

Марина хочет ежедневно съедать по одному банану. Она любит только зелёные бананы, поэтому согласна съесть банан только в течение 4 дней после покупки. Например, банан, купленный 5 октября, Марина согласна съесть 5, 6, 7 или 8 октября.

Марина может запасаться бананами, когда они подешевле.

В какие дни по сколько бананов надо покупать Марине, чтобы потратить как можно меньше денег? В ответ напишите 18 целых чисел.

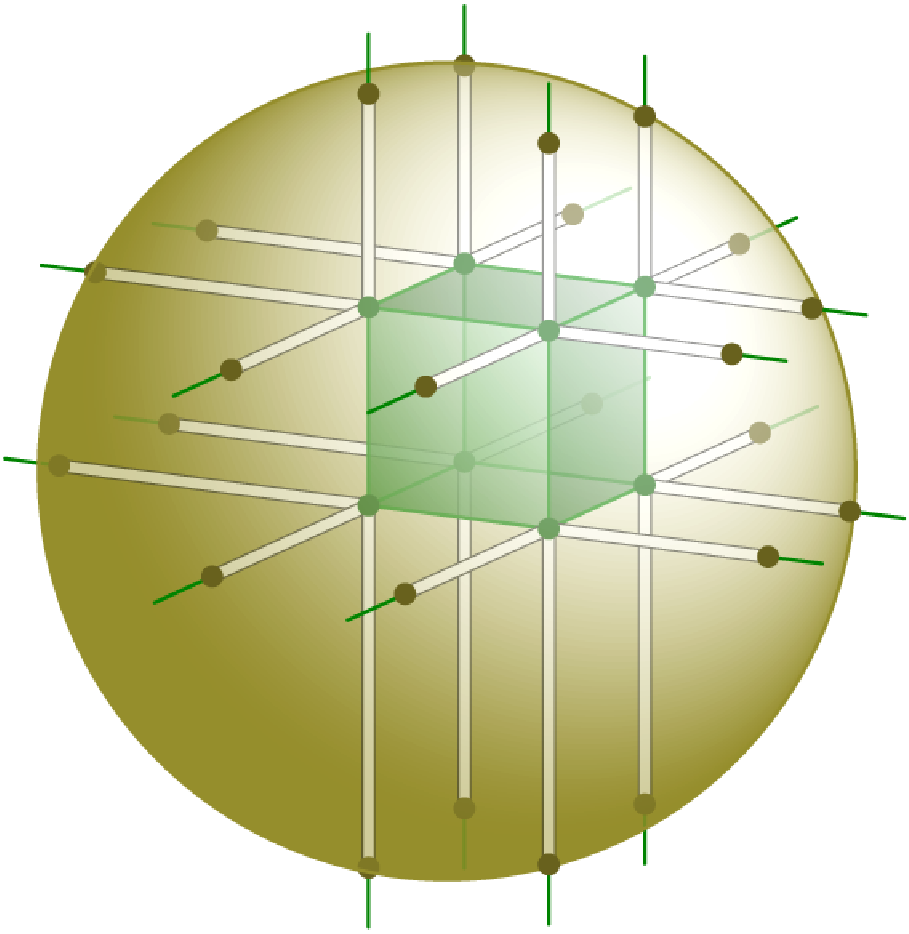
Число	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Цена	8,1	8	7	8,1	9	8	8,1	7,2	7	8	9	8,1	9	8	9	8,2	7	7,1
Кол-во																		

Задача 3. (10-11 класс) Приведите пример таких целых чисел a, b, c, d, среди которых нет одинаковых, что $a^b = c^d$ и $b^a = d^c$.

Задания, информация о разборах, решения и результаты участников (после 20 ноября) будут опубликованы на сайте turlom.olimpiada.ru Обратите внимание: в этом году результаты будут доступны ТОЛЬКО по коду (ключу). Пожалуйста, сохраните его и не теряйте.

Задача 4. (10-11 класс)

Известно, что если у правильного N-угольника, находящегося внутри окружности, продлить все стороны до пересечения с этой окружностью, то 2N добавленных к сторонам отрезков можно разбить на две группы с одинаковой суммой длин.



Верно ли аналогичное утверждение для находящегося внутри сферы

а) произвольного куба?

б) произвольного правильного тетраэдра?

(Каждое ребро продлевают в обе стороны до пересечения со сферой. В итоге к каждому ребру добавляется по отрезку с обеих сторон. Требуется покрасить каждый из них либо в красный, либо в синий цвет, чтобы сумма длин красных отрезков была равна сумме длин синих.)

Поясните свои ответы на предыдущие вопросы.