

Задача 1. 1 балл (*задача для школьников 6–9 классов*)

Из города выехал автомобиль, он движется со скоростью 60 км/ч. Через час в том же направлении выехал мотоциклист, его скорость 90 км/ч.

Через какое время мотоциклист догонит автомобиль?

Запишите ответ в часах.

Ответ. 2 ч.

Задача 2. 1 балл (*задача для школьников 6–7 классов*)

Луна иногда видна на небе целиком, иногда — наполовину, а иногда — в виде узкого серпа, причем смена этих фаз Луны повторяется каждый месяц.

Почему это происходит? Выберите верный ответ:

- Потому что Луна попадает в тень, отбрасываемую Землей.
- Потому что мы видим только освещенную часть Луны, а Солнце освещает ее с разных сторон.

Ответ. 2.

Задача 3. 1 балл (*задача для школьников 6–11 классов*)

Если посмотреть на зеленый предмет через красное стекло, то каким будет его видимый цвет? Выберите верный ответ:

- красным
- зеленым
- черным

Ответ. 3.

Задача 4. 1 балл (*задача для школьников 8–9 классов*)

Выберите верное окончание второго предложения.

В воде плавает деревянный брусок.

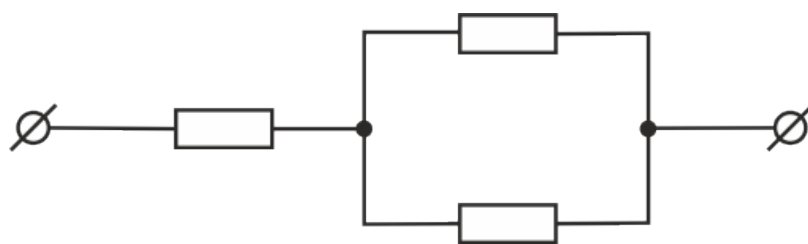
Сила Архимеда, действующая на него,

- больше действующей на него силы тяжести.
- равна действующей на него силе тяжести.
- меньше действующей на него силы тяжести.

Ответ. 2.

Задача 5. 1 балл (задача для школьников 10–11 классов)

В электрической цепи, изображенной на рисунке, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны 2 Ом.



Найдите сопротивление всей цепи.

Ответ. 3 Ом.

Задача 6. 1 балл (задача для школьников 10–11 классов)

На тело массой 5 кг действуют две силы, величиной 40 Н и 30 Н. Силы направлены перпендикулярно друг другу.

Найдите величину ускорения тела.

Ответ запишите в м/с².

Ответ. 10 м/с²

Задача 7. 5 баллов (задача для школьников 6–8 классов)

Скорость течения реки равна 10 км/ч. По реке вниз по течению плывет катер, его скорость относительно воды равна 15 км/ч. В некоторый момент от борта катера отваливается и падает в воду спасательный круг. Через 1 час капитан замечает пропажу, катер разворачивается и начинает плыть против течения (с той же скоростью относительно воды).

Через какое время после этого он встретится со спасательным кругом? *Ответ запишите в часах.*

Запишите решение.

Решение.

Удобнее всего представить себе, что мы наблюдаем за этой историей, стоя на плоту, который сплавляется по той же реке (со скоростью течения — у плота нет двигателя). В физике это называется «перейти в другую систему отсчета», в данном случае — систему отсчета такого плота. Пусть плот находился рядом с катером в тот самый момент, когда с катера упал спасательный круг. Так как и плот и круг движутся со скоростью реки, они неподвижны друг относительно друга и будут рядом до тех пор, пока катер не вернется и не заберет круг. Что же с точки зрения наблюдателя на плоту делает катер? Вначале он 1 час удаляется от него со скоростью 15 км/ч (своей скоростью относительно воды), а потом вдруг разворачивается и начинает плыть обратно с той же скоростью относительно воды и плота. Очевидно, что он будет возвращаться к плоту такое же время, какое удалялся — 1 час.

Критерии оценивания.

Всего: 5 баллов.

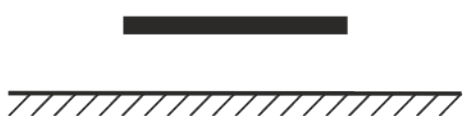
А) Верный ответ — 1 балл.

Б) Максимум 4 балла

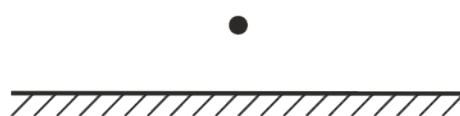
3 балла — в задаче допущена арифметическая ошибка.

Задача 8. 7 баллов (задача для школьников 6–8 классов)

Под потолком комнаты висит люминесцентная лампа «дневного света», представляющая собой длинную и тонкую светящуюся трубку. Под лампой стоит стол. В нескольких сантиметрах над столом держат карандаш, один раз он расположен параллельно лампе (1), второй раз — перпендикулярно (2).



1



2

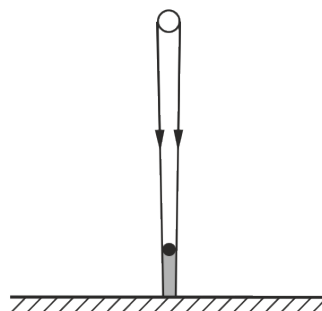
Было замечено, что в одном случае на столе возникает тень от карандаша, а в другом она практически не видна.

В каком случае тень возникает, а в каком — нет? Почему?

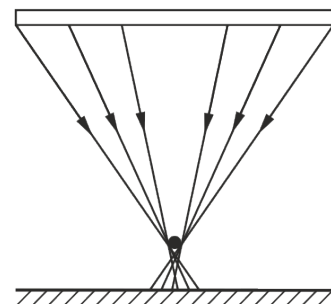
Для случая, когда тень не возникает, оцените (приблизительно вычислите), при каком расстоянии между карандашом и столом она все же возникнет.

Решение.

а) Тень — это область поверхности, в нашем случае стола, на которую не попадает свет. Если посмотреть на лампу и карандаш в первом случае сбоку (1), то легко увидеть, что для тонкой лампы, расположенной достаточно высоко, прямо под карандашом есть область, до которой от нее не доходят никакие лучи. Во втором случае (2) для достаточно длинной лампы такой области может не быть и все точки стола под карандашом будут освещены (хотя бы частью лампы).

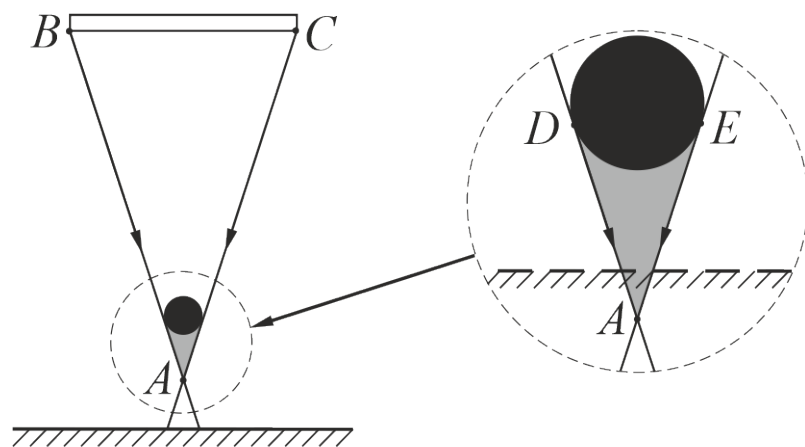


1



2

б) Построим лучи, идущие от концов лампы и касающиеся карандаша (так называемые крайние лучи, см. рис. 3, пропорции изменены для большей понятности). В область, закрашенную на рисунке серым, очевидно, не может попасть свет ни от одной точки лампы — это область полной тени. Для того, чтобы тень появилась на столе, его поверхность должна пересекать эту область (как показано на рисунке пунктиром). То есть расстояние от карандаша до стола должно быть меньше, чем расстояние от карандаша до точки пересечения крайних лучей (A). Обозначим это расстояние через h , а расстояние от лампы до точки A через H . Тогда, очевидно,



3

$$\frac{h}{H} = \frac{DE}{BC}$$

(поскольку треугольники ABC и ADE подобны). Отсюда $h = (DE/BC)H$. Расстояние BC — это длина лампы, для разных типов ламп она может составлять от 0,5 м до 1 м. Для вычисления возьмем наименьшее значение: $BC \approx 0,5$ м. Расстояние DE близко к диаметру карандаша: $DE \approx 5$ мм. Величина H равна расстоянию от лампы до стола в граничном случае. Судя по описанию ситуации в условии задачи, это расстояние порядка 2 м. Подставив в формулу эти значения, получаем $h \sim 2$ см. Чтобы на столе появилась тень, расстояние от карандаша до стола должно быть не больше этой величины.

Критерии оценивания.

Всего: 7 баллов.

А) Максимум 2 балла — верно указано, когда образуется и когда не образуется тень. Дано верное объяснение.

1 балл — верно указано, когда образуется и когда не образуется тень, но не дано объяснение (либо объяснение содержит ошибки).

Б) 5 баллов, из них:

1 балл — лучи берутся от краев лампы

2 балла — упоминание или использование подобия треугольников

1 балл — верный переход к пропорции

1 балл — верный ответ в интервале 0.5-5 см (без цифр, с цифрами может быть правильным и иной ответ)

Задача 9. 7 баллов (*задача для школьников 6–11 классов*)

Представьте себе, что в результате кораблекрушения вы оказались на необитаемом острове в океане. У вас нет никаких приборов или инструментов, но на острове стоит ясная солнечная погода.

Как определить в течение дня, в каком полушарии Земли вы находитесь — северном или южном?

Где должен находиться остров, чтобы на предыдущий вопрос нельзя было дать ответ без дополнительной информации?

Решение.

а) И в северном, и в южном полушариях Земли Солнце встает на востоке и садится на западе. В северном полушарии днем оно находится в южной части небосклона, перемещаясь, таким образом, слева направо. В южном же полушарии днем Солнце находится в северной части неба, а значит, перемещается справа налево. Для определения полушария, в котором вы находитесь, достаточно в течение дня понаблюдать за тенью от любого высокого предмета (например, от дерева): в северном полушарии она поворачивается по часовой стрелке, а в южном — против.

б) К сожалению, этот способ не сработает, если остров находится достаточно близко к экватору — в полосе между северным и южным тропиками. В этой части земной поверхности Солнце часть года находится в южной части неба, а другую часть — в северной. Два раза в год оно, таким образом, проходит через зенит. Для определения полушария в этом случае нужно знать точную дату наблюдения и иметь прибор для измерения угловой высоты Солнца над горизонтом.

Критерии оценивания.

Всего 7 баллов.

А) Максимум 3 балла — верное объяснение, если перепутано северное и южное полушарие, но объяснение верное — 2 балла. Также 2 балла ставится, когда упомянуто про движение солнца слева-направо в северном полушарии, но непонятно, лицом или спиной стоял наблюдатель к солнцу.

Б) Максимум 4 балла.

Из них 2 балла — в решении говорится, что способ невозможно использовать между тропиками

2 балла — верное объяснение

Если указано, что невозможно определить близко к экватору, то такой ответ оценивается в 1 балл. Строго на экваторе — 0 баллов.

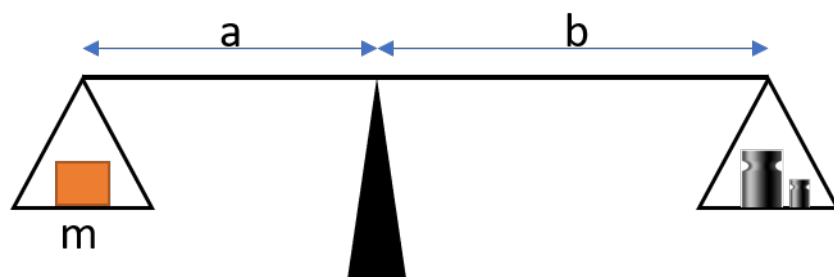
Задача 10. 5 баллов (*задача для школьников 8–9 классов*)

Имеется тело неизвестной массы, рычажные весы и набор разновесов. Весы бракованные — неравноплечие. Измерить длины плечей весов их конструкция не позволяет.

Как определить массу тела с помощью таких весов?

Решение.

Пусть масса тела равна m . Обозначим длины плечей весов через a и b .



Сперва поставим тело на одну чашу весов и уравновесим его набором грузиков массы x .

Потом переставим тело на другую чашу весов. Если бы плечи весов были одинаковые, то этот набор грузиков снова уравновесил бы тело, но т.к. плечи разные, потребуется другой набор массы y , чтобы снова добиться равновесия.

Условие того, что весы находились в равновесии во время первого взвешивания: $tga = xgb$. Условие равновесия для второго взвешивания: $tgb = yga$. Чтобы выразить t из этих двух уравнений достаточно их почленно перемножить и поделить обе стороны на ab . Получится $t^2 = xy$. Таким образом, искомая масса тела $t = \sqrt{xy}$.

Критерии оценивания.

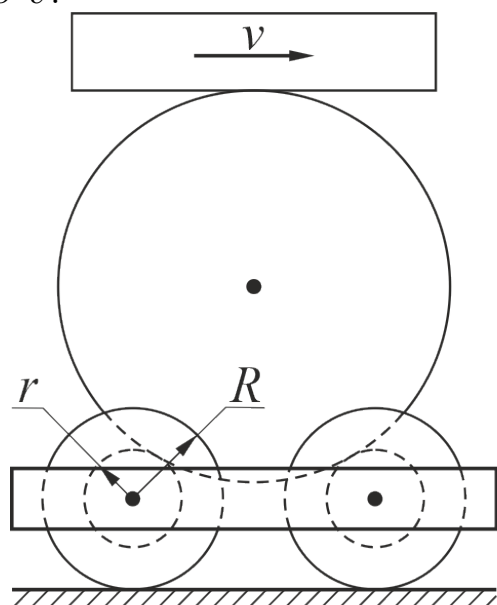
Максимум 5 баллов.

Из них 3 балла — записаны верные уравнения.

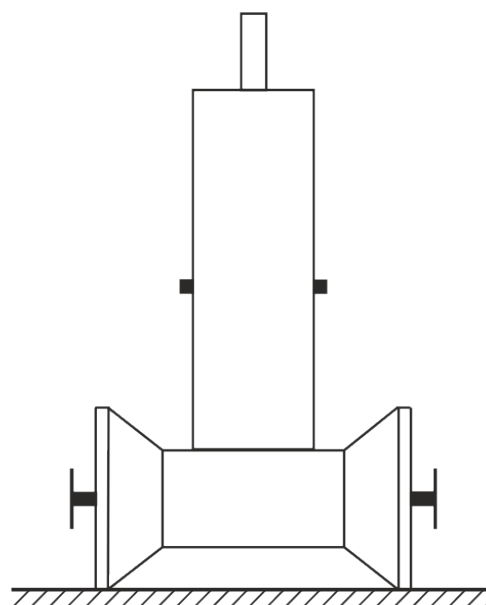
Также возможно решение любым другим верным способом.

Задача 11. 9 баллов (задача для школьников 9–11 классов)

Тележка представляет собой раму, в которой закреплены на осях две катушки — на них она может кататься по столу. Радиус валика каждой катушки равен r , радиус щёчек — R . На валики катушек опирается тяжелый диск. К верхней точке диска прижимают линейку и начинают двигать ее вправо со скоростью v .



вид сбоку



вид спереди

Проскальзывание между линейкой и диском, диском и катушками, катушками и поверхностью стола отсутствует.

Куда покатится тележка?

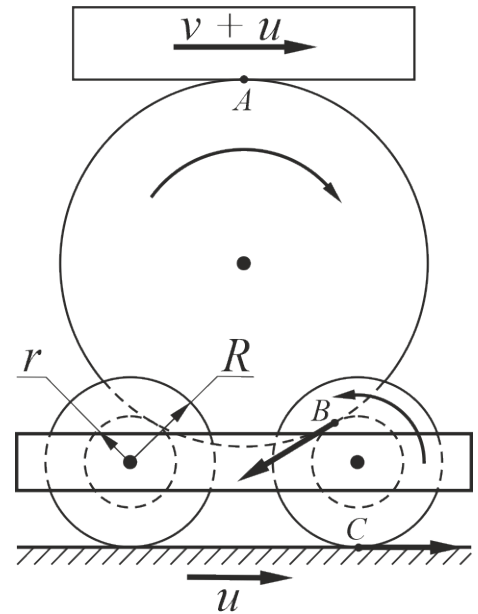
С какой скоростью она будет двигаться?

Запишите решение.

Решение.

а, б) Интуитивно кажется, что если двигать линейку вправо, то диск будет вращаться по часовой стрелке. Катушки тогда будут вращаться против часовой стрелки, и тележка поедет влево.

Допустим, что это так. Обозначим скорость тележки через u и найдем ее величину. Перейдем в систему отсчета, связанную с тележкой. В этой системе отсчета у диска и катушек центры покоятся, а сами они при этом вращаются с постоянными угловыми скоростями. В новой системе отсчета линейка движется вправо со скоростью $v + u$, а стол, на котором стояла тележка, теперь движется вправо со скоростью u (см. рисунок).



Будем следить за скоростями трех точек: точки касания диска и линейки A , точки касания диска и одной из катушек B и точки касания этой катушки со столом C .

Заметим, что в системе отсчета, связанной с тележкой, скорости точек A и B равны по модулю, т.к. они находятся на одинаковом расстоянии от центра вращающегося диска. Таким образом скорость точки B тоже равна $v + u$ и направлена так, как показано на рисунке. Рассмотрим катушку, в этой системе отсчета ее центр также покоится. Поскольку проскальзывание отсутствует, скорость ее точки C равна u (скорости стола в этой системе отсчета). Но при вращении твердого тела линейная скорость его точек прямо пропорциональна расстоянию до центра вращения. Сравнивая скорости точек B и C , получаем соотношение:

$$\frac{v + u}{u} = \frac{r}{R}$$

Отсюда находим скорость тележки:

$$u = \frac{R}{r - R}v$$

Поскольку $r < R$, эта скорость оказывается отрицательной! Что это означает? Простую вещь — наше интуитивное предположение о направлении вращения диска оказалось неверным. На самом деле он вращается против часовой

стрелки, а тележка, соответственно, едет вправо. Причем модуль ее скорости $|u| = Rv/(R - r)$, как легко заметить, оказывается больше v – она обгоняет толкающую ее линейку!

Примечание. Если вы не можете поверить в получившийся результат, изготовьте из подручных средств модель устройства (это совсем несложно) и поэкспериментируйте с ней. Ее поведение действительно совершенно парадоксально!

Критерии оценивания.

Всего: 9 баллов.

А) Верное указание направления тележки — 1 балл

Б) Верный ответ — 1 балл

В) Максимум 7 баллов

3 балла — переход в систему отсчета тележки (если участник решил решать задачу с помощью такой системы, в противном случае он должен верно расставить все скорости)

2 балла — равенство скоростей точек соприкосновения большого кольца

2 балла — правильная пропорция

Задача 12. 8 баллов (задача для школьников 9–11 классов)

Некий изобретатель предлагает следующий способ борьбы с вражескими военными кораблями. На дне моря недалеко от берега укладывается система труб с небольшими отверстиями в стенках. Когда вражеский корабль проплывает над трубами, на берегу включается насос, нагнетающий в трубы воздух. Выходя из отверстий, воздух образует огромное количество всплывающих пузырьков. В результате вражеский корабль оказывается плывущим не в воде, а в смеси воды с воздушными пузырьками. Поскольку средняя плотность такой смеси меньше плотности воды, действующая на корабль сила Архимеда уменьшается и он тонет.

Может ли в принципе работать такой способ потопления кораблей?

Если вы считаете, что способ **не будет** работать — найдите ошибку в рассуждении изобретателя.

Если вы считаете, что способ **будет** работать — оцените необходимую для него производительность воздушного насоса (какой объем воздуха в секунду он должен закачивать в трубы). Современные военные корабли (большие, крейсера или авианосцы) имеют длину порядка 300 м, ширину порядка 30 м, водоизмещение порядка 50 000 т. Скорость, с которой всплывает в воде небольшой пузырек воздуха, измерьте самостоятельно. Если у вас нет возможности это сделать — оцените эту скорость исходя из своего жизненного опыта.

Решение.

а) Да, может. Наличие в воде всплывающих пузырьков воздуха изменяет распределение гидростатического давления и уменьшает силу Архимеда, дей-

ствующую на плавающее тело. В Интернете можно найти большое число эффективных видеороликов, на которых плавающее в воде тело тонет, когда в сосуде появляются пузырьки воздуха.

б) Для оценки будем считать, что корабль утонет, если средняя плотность среды, в которой он плавает, станет в 2 раза меньше плотности воды. Такое предположение вполне правдоподобно — судя по внешнему виду военного корабля, увеличение осадки в два раза он вряд ли выдержит.

Это означает, что суммарный объем воздушных пузырьков должен составлять половину объема образовавшейся в результате нашей диверсии смеси. Пусть производительность насоса равна N ($\text{м}^3/\text{с}$). Тогда за время Δt из труб выйдет объем воздуха $\Delta V = N\Delta t$. Он распределится в слое воды, толщина которого равна $v\Delta t$, где v — скорость, с которой всплывают пузырьки. Нам нужно, чтобы площадь этого слоя была как минимум равна площади горизонтального сечения корабля: $S = 300 \text{ м} \times 30 \text{ м} \approx 10^4 \text{ м}^2$. Тогда его объем будет равен $V = Sv\Delta t$, а объем воздуха ΔV должен составлять половину этой величины:

$$N\Delta t = \frac{1}{2}Sv\Delta t$$

Отсюда получаем: $N = (1/2)Sv$. Скорость v_0 , с которой всплывает в воде небольшой (порядка миллиметра в диаметре) пузырек воздуха составляет порядка 20 см/с. Эту величину можно грубо определить, измерив время всплывания пузырька в пластиковой бутылке с водой. Почему мы обозначили ее v_0 , а не v ? Нужно учесть, что это скорость всплывания пузырька в чистой воде. Если же он — один из пузырьков нашей смеси, то действующая на него сила Архимеда будет вдвое меньше (как и для корабля). Поэтому и всплывать он будет вдвое медленнее (скорость установившегося движения пузырька определяется равенством силы Архимеда и силы сопротивления воды, а эта последняя пропорциональна скорости пузырька). Значит, можно считать, что $v = (1/2)v_0 \approx 10 \text{ см/с} = 0,1 \text{ м/с}$. Подставив в формулу численные значения, получаем: $N \sim 500 \text{ м}^3/\text{с}$.

Примечание. Производительность автомобильного компрессора (мощного, которым накачивают шины грузовых автомобилей) составляет порядка 1 л/с, или $10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$. Чтобы потопить большой корабль нашим способом, потребуется полмиллиона таких компрессоров!

Критерии оценивания.

Всего: 8 баллов

2 балла — корабль может утонуть (с объяснением, что плотность среды уменьшается). Без объяснения — 1 балл

1 балл — оценка плотности среды, в которой утонет корабль

2 балла — оценка объема воздуха, необходимого для потопления корабля

1 балл — оценка скорости пузырька в чистой воде (экспериментально или из интернета)

1 балл — оценка скорости пузырька с учетом силы Архимеда в смеси

1 балл — верный ответ

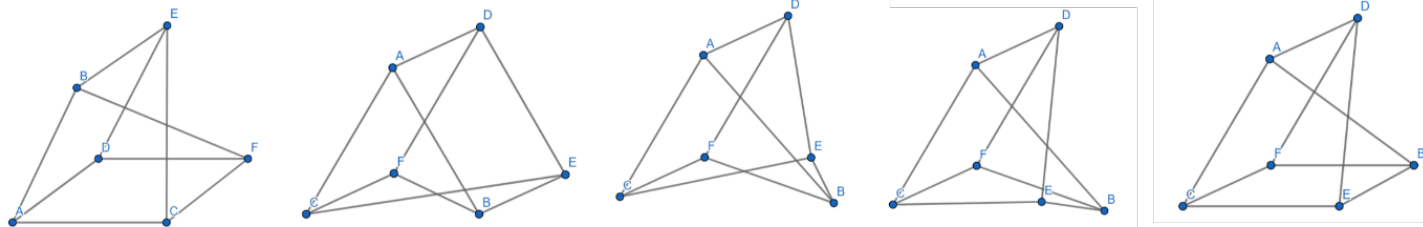
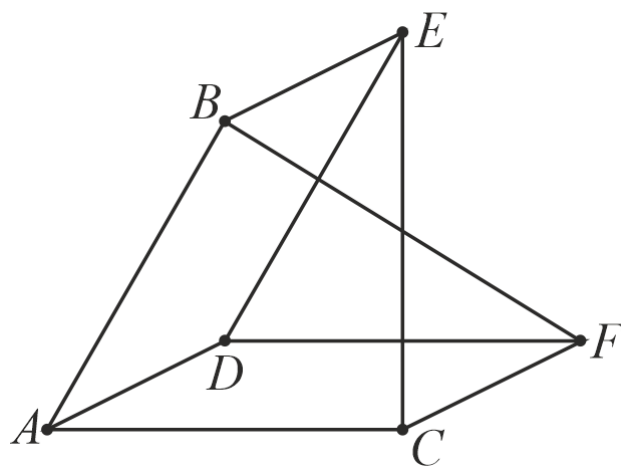
Задача 13. 12 баллов (задача для школьников 9–11 классов)

Точки A , B , C , D , E и F расположены в вершинах трехгранной призмы. Они соединены между собой проводниками так, как показано на рисунке. Проводники имеют друг с другом электрический контакт только в упомянутых точках. Сопротивления всех проводников одинаковы и равны r .

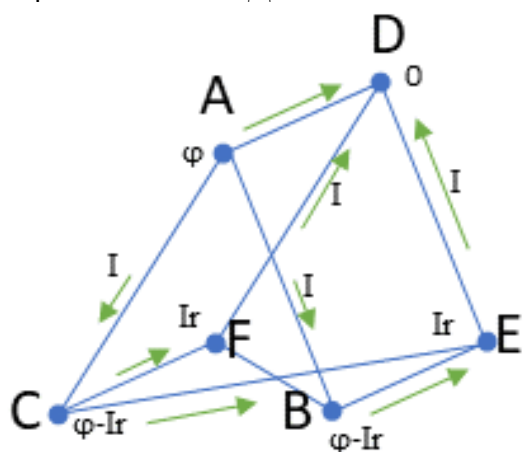
Покажите, что сопротивление этой цепи между точками B и E равно сопротивлению между точками A и D .

Найдите это сопротивление. Запишите решение.

Решение.



а) Представим себе, что ребра AD , CF и BE — это перекладины, а остальные ребра этой призмы — веревочки, и вместе они образуют закольцованную веревочную лестницу. Тогда при переворачивании ребра BE это веревочное перекрестие сместится на другую грань призмы. Нетрудно видеть, что после такой манипуляции картинка перейдет сама в себя, только на месте ребра BE окажется ребро AD . Отсюда следует, что сопротивление между этими парами вершинами одинаковы.



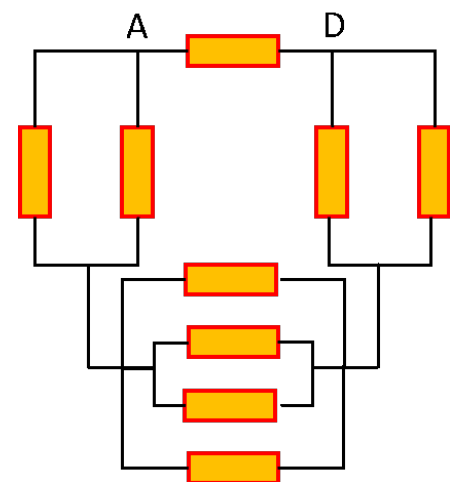
Примечание. Таким способом свернутая «веревочная лестница» на самом деле является не кольцом, а лентой Мёбиуса.

б) Для того, чтобы найти значение сопротивления приложим напряжение $U = \varphi$ между точками A и D (потенциал точки D положим равным 0, потенциал точки A — равным φ) и посмотрим, как распределится потенциал по вершинам нашей

конструкции. Заметим, что картинка симметрична относительно плоскости, проходящей через точки A , D и точку пересечения EC и BF . Эта симметрия означает, что токи тоже будут растекаться симметрично. Таким образом токи, протекающие по ребрам AC и AB , как и токи, протекающие по ребрам FD и DE , будут попарно равны. Все ребра в призме имеют одинаковое сопротивление r , поэтому протекание равных токов по ребрам AC и AB приведет к равному падению напряжения. Т.е. можно записать, что потенциалы в точках C и B равны $\varphi - Ir$. С помощью аналогичных рассуждений получаем, что потенциалы в точках F и E равны Ir . Значит, точки C и B , а также точки F и E можно соединить проводниками с нулевым сопротивлением — ток по этим проводникам все равно не пойдет. Поэтому при составлении эквивалентной схемы точки C , B и F , E можно попарно объединить.

Получившаяся эквивалентная схема данной цепи показана на рисунке. Легко заметить, что она представляет собой комбинацию последовательных и параллельных соединений одинаковых резисторов r . Применяя известные формулы для таких соединений, получаем полное сопротивление цепи:

$$R = 5r/9$$



Критерии оценивания.

Максимум 12 баллов

А) 5 баллов за доказательство

Б) 1 балл за формулу (ответ)

В) Максимум 6 баллов

из них 2 балла за нахождение симметрии

2 балла за равенство потенциалов точки C и B , E и F

2 балла за верно посчитанную эквивалентную схему

Задача 14. 10 баллов (задача для школьников 10–11 классов)

При строительстве одного из средневековых соборов Англии его крышу (наклонную) покрыли свинцовыми листами, соединенными друг с другом. Уклон крыши был невелик, трения вполне хватало для удержания листов на месте, поэтому их не стали никак прикреплять к стропилам. Однако через несколько лет выяснилось, что все покрытие очень медленно, но сползает вниз. Свинцовые листы прибили к стропилам гвоздями, однако это не помогло — «сила сползания» просто вырывала гвозди.

Почему металлическое покрытие сползает с крыши в такой ситуации?

Оцените расстояние, на которое сместится за 1 год свинцовый лист размером $10 \text{ м} \times 10 \text{ м}$, лежащий на крыше с углом наклона к горизонту $\varphi = 30^\circ$. Считайте,

что коэффициент трения свинца о конструкции крыши $\mu \approx 1$. Коэффициент линейного теплового расширения свинца $\alpha \approx 3 \times 10^{-5} \text{ град}^{-1}$ (это число показывает, на какую долю от начального значения увеличивается любой линейный размер тела при нагревании на 1°C).

Решение.

а) Металлический лист сползает с крыши из-за колебаний температуры, в первую очередь суточных (днем лист нагревается, ночью — остывает). Тепловое расширение и сжатие листа при этом происходят по-разному — при расширении неподвижной относительно крыши остается точка, расположенная выше середины листа, а при сжатии — ниже середины. Это происходит из-за того, что на лист действует параллельная крыше составляющая его силы тяжести, поэтому для его равновесия сила трения, действующая вверх должна всегда быть больше силы трения вниз.

б) Пусть амплитуда суточных колебаний температуры равна Δt . Рассмотрим расширение листа (рис. 1). Допустим, неподвижная относительно крыши точка O находится при этом на расстоянии x от середины листа C , а длина листа равна l . Все точки листа, находящиеся выше точки O , при расширении «ползут» по крыше вверх, и на них действуют силы трения, направленные вниз. Аналогично, точки, находящиеся ниже O , движутся вниз и испытывают силы трения, направленные вверх. Если лист прилегает к крыше равномерно (сила нормальной реакции равномерно распределена), то и сила трения скольжения будет иметь равномерное распределение, т.е. величина этой силы, действующей на некоторую часть листа, будет пропорциональна длине этой части. Тогда полная сила трения, действующая на наш лист при расширении, будет равна

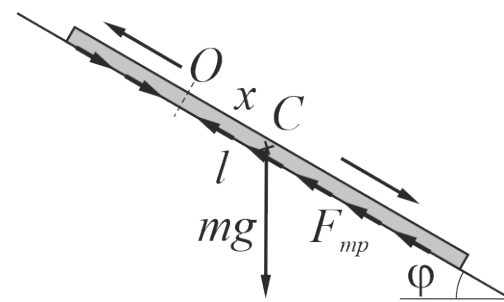


Рис. 1

$$F = \frac{l/2 + x}{l} \mu mg \cos \varphi - \frac{l/2 - x}{l} \mu mg \cos \varphi = \frac{2x}{l} \mu mg \cos \varphi$$

Эта сила должна уравновешивать параллельную крыше составляющую силы тяжести:

$$\frac{2x}{l} \mu mg \cos \varphi = mg \sin \varphi$$

Отсюда получаем: $x = l \operatorname{tg} \varphi / (2\mu)$. Середина листа C (будем следить за этой точкой) при нагревании на Δt сместится вниз на $\Delta x_1 = \alpha x \Delta t$ (ее смещение равно тепловому расширению части листа длины x).

Теперь легко понять, что произойдет при сжатии листа (рис. 2). Неподвижная точка O в этом случае окажется ниже середины C , потому что на верхнюю часть листа будет действовать сила трения вверх, а на нижнюю — вниз, а полная сила трения по-прежнему должна быть направлена вверх (чтобы уравновесить составляющую силы тяжести). Расстояние от неподвижной точки до середины x , очевидно, будет таким же, как при расширении. Значит, и смещение середины (вниз) Δx_2 на этом этапе окажется равным Δx_1 . Таким образом, полное смещение за день будет равно:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 2\Delta x_1 = \alpha l \operatorname{tg} \varphi \Delta t / \mu$$

За год смещение будет в 365 раз больше:

$$\Delta X = 365 \alpha l \operatorname{tg} \varphi \Delta t / \mu$$

Амплитуду суточных колебаний температуры Δt примем равной 5°C — для морского климата Англии это разумная величина. Подставив численные данные, получаем: $\Delta X \sim 0,3$ м.

Примечание. Собор, о котором идет речь в задаче, расположен в английском городе Бристоле. История произошла после очередной его реконструкции в 1851 году.

Критерии оценивания.

Всего: 10 баллов.

А) Максимум 4 балла

1 балл — сказано только про силу трения без учета разницы в расширении и сжатии листа относительно неподвижных точек (либо другое неполное объяснение)

Б) Максимум 6 баллов

Из них 2 балла — за верно найденную силу трения

1 балл — выражение уравновешивания силы трения и силы тяжести

1 балл — верное получение расширения листа

1 балл — верное получение сжатия по аналогии с расширением

1 балл — верный ответ

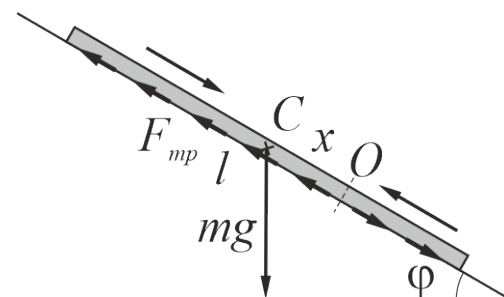


Рис. 2