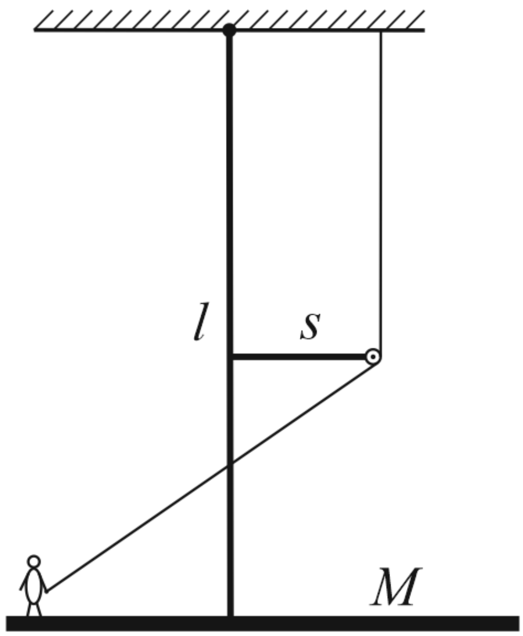
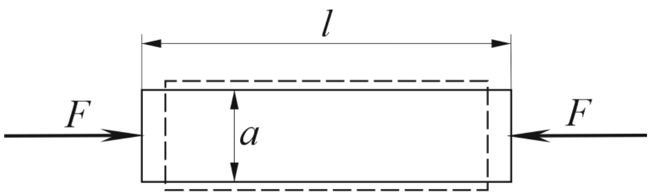


Задача 1. Тяжёлая платформа подвешена на жёстко прикрепленном к ней легком стержне длины $l = 20$ м, который шарнирно закреплён в верхней точке. К стержню под прямым углом на некоторой высоте жёстко прикреплена штанга длиной $s = 5$ м. На конце штанги находится небольшой блок. Этот блок огибает верёвка, один конец которой уходит вертикально вверх и закреплён на потолке, а другой держит в руках человек, стоящий на платформе (см. рисунок). В некоторый момент человек начинает тянуть веревку с силой $F = 100$ Н. От платформы он при этом не отрывается и не скользит по ней.

а) Куда при этом отклонится платформа — вправо или влево?

б) Найдите угол её отклонения (угол между стержнем и вертикалью в равновесии). Масса платформы вместе с человеком $M = 1000$ кг, их общий центр тяжести находится в точке закрепления стержня.



Задача 2. Как известно, при упругой деформации одноосного сжатия или растяжения твёрдого стержня его относительное удлинение пропорционально механическому напряжению:

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l}.$$

Здесь F — сила, сжимающая или растягивающая стержень, S — площадь его поперечного сечения (отношение силы к этой площади и называется механическим напряжением), l — длина стержня, Δl — её изменение, E — т. н. модуль Юнга материала, из которого изготовлен стержень.

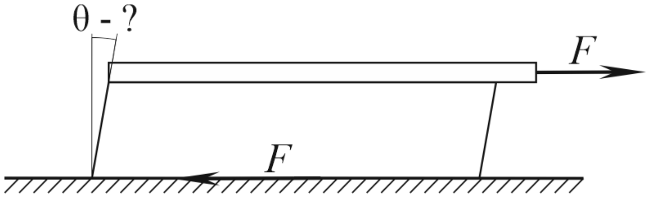
Опыт показывает, что поперечные размеры стержня (его толщина a) при этом тоже изменяются, причем деформация сжатия приводит к их увеличению (стержень становится толще), а растяжения — к уменьшению. Относительное изменение поперечных размеров при этом оказывается пропорциональным относительному изменению размера продольного:

$$\frac{\Delta a}{a} = -\sigma\frac{\Delta l}{l}$$

Величина σ называется коэффициентом Пуассона данного материала.

Представим себе брусок в форме прямоугольного параллелепипеда со сторонами 1 см, 1 см и 10 см, изготовленный из однородного упругого материала. Если его сжать силами $1,6 \times 10^4$ Н, приложив их к квадратным граням бруска, то его длинное ребро сокращается на 1 мм, а каждое из коротких удлиняется на 0,04 мм, при этом его деформация остается упругой.

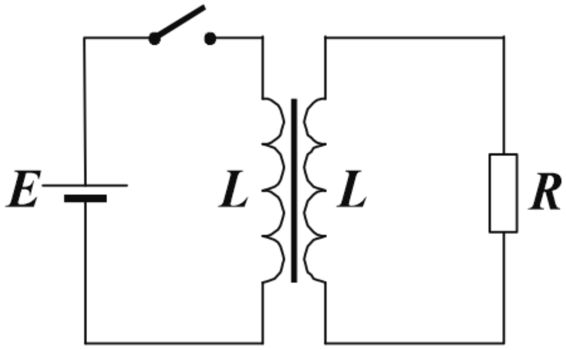
а) **Всестороннее сжатие.** Этот брусок поместили в однородную жидкость, давление которой равно 8×10^7 Па. Вычислите, как в этом случае изменятся размеры бруска и каково будет относительное изменение его объёма.



б) **Сдвиг.** Брусок приклеили прямоугольной гранью к столу, на противоположную грань наклеили твердую пластину и приложили к ней силу $F = 5 \times 10^4$ Н, направленную параллельно ее плоскости вдоль длинного ребра бруска (см. рисунок). Такая же сила противоположного направления, очевидно, подействует на брусок со стороны стола. Найдите угол θ, на который «наклонятся» при этом квадратные грани бруска.

Замечание. Поскольку уравнения, описывающие упругие деформации линейны, для них работает принцип суперпозиции — разные случаи деформаций одного и того же тела можно формально «накладывать» друг на друга, и получающаяся картина будет удовлетворять всем нужным уравнениям.

Задача 3. Оцените силу торможения спутника, летящего в верхних слоях атмосферы. Давление воздуха на высоте орбиты 10^{-4} Па, температура 1300 К. Считайте, что спутник имеет размеры порядка 1 м.



Задача 4. Первичная и вторичная обмотки трансформатора одинаковы, индуктивность каждой из них равна L. Обмотки намотаны на общем сердечнике так, что индуктивная связь между ними идеальна (магнитные потоки в любой момент равны). Сопротивлением обмоток и потерями в сердечнике можно пренебречь. Первичная обмотка через ключ подключена к идеальной батарейке, ЭДС которой равна E, вторичная — к резистору R. Ключ в момент $t = 0$ замыкают.

а) Найдите зависимости токов в обмотках от времени.

б) В момент времени $t = \tau$ ключ размыкают. Сколько тепла выделится на резисторе после этого?

Задача 5. Прочитайте выданный вам текст «Кристаллизация сплавов». Используя приведенную в тексте фазовую диаграмму, выполните задания:

а) Имеется 1 кг цинка. Сколько кадмия нужно к нему добавить, чтобы получившийся сплав имел наименьшую температуру плавления из возможных?

б) Сплав, изготовленный из 0,8 кг цинка и 0,2 кг кадмия, расплавили, а затем охладили до температуры 350°C. Какая масса цинка при этом кристаллизовалась?

в) **Морской лёд.** Как известно, морская вода — солёная. Содержание солей в ней не превышает нескольких процентов. Фазовые диаграммы растворов солей в воде имеют вид простой эвтектики, при этом эвтектические концентрации довольно велики — порядка нескольких десятков процентов, а температуры кристаллизации эвтектики лежат в диапазоне от −20°C до −50°C. Каким будет лёд, образующийся зимой у побережья Северного ледовитого океана при температуре −10°C — пресным или солёным? Опишите структуру этого льда.

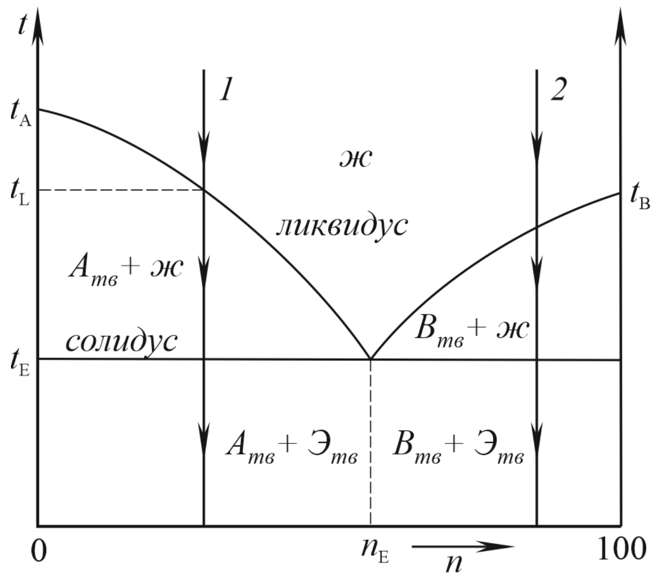


Рисунок 1. Фазовая диаграмма простой эвтектики

КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ СПЛАВОВ

Представим себе, что у нас есть два металла — A и B. Температура плавления (и кристаллизации) металла A равна t_A, металла B — t_B. А при какой температуре будет кристаллизоваться их сплав? Ответ на этот вопрос довольно интересен. Допустим, металла A в сплаве много, а металла B мало (его массовая доля невелика). Тогда, если взять этот сплав при высокой температуре (когда он жидкий) и начать охлаждать, произойдет следующее. При некоторой температуре $t_L < t_A$, зависящей от массового соотношения A и B в сплаве, в системе начнется кристаллизация, но кристаллизоваться будет только металл A. Причем в отличие от случая чистого металла при этой температуре кристаллизация только начнется — A будет переходить в твердое состояние постепенно, по мере понижения температуры. Остающаяся жидкость будет, таким образом, обогащаться металлом B — его массовая доля будет расти. Наконец, при некоторой температуре t_E (не зависящей от массового соотношения металлов в исходном сплаве) вся оставшаяся жидкость кристаллизуется. Получившаяся из нее твердая фаза будет представлять собой смесь микроскопических, проникающих друг в друга кристаллов A и B, причем массовое соотношение этих металлов в ней является строго определенным, характерным именно для этой пары компонентов. Такая твердая смесь называется эвтектикой или эвтектической смесью. При дальнейшем понижении температуры в системе ничего происходить уже не будет — она останется в твердом состоянии, представляющем собой смесь макроскопических кристаллов металла A (образовавшихся на первом этапе кристаллизации) и твердой эвтектики.

Если же процентное содержание металла B в сплаве достаточно велико, первым начнет кристаллизоваться именно он (при температуре, меньшей t_B). Остающаяся жидкость будет обогащаться металлом A, пока соотношение металлов в ней не станет эвтектическим. После этого при температуре t_E оставшаяся жидкость перейдет в твердую фазу. Получившийся твердый сплав будет представлять собой смесь макроскопических кристаллов металла B и твердой эвтектики.

Результаты подобных опытов удобно изображать на графике (см. рисунок 1 на предыдущей странице), по оси абсцисс которого отложено массовое процентное содержание n одной из компонент (например, B) в исходном сплаве[1] , а по оси ординат — температура t. Описанные выше процессы соответствуют на этом графике вертикальным прямым 1 и 2. Кривая, соединяющая температуры t_L для разных n, называется линией ликвидуса. Выше нее сплав находится в жидком состоянии (liquid). Горизонтальная прямая, соответствующая

[1]Величина n, таким образом, равна $n = \frac{m_B}{m_A+m_B} \times 100\%$

температуре t_E, называется линией солидуса. Ниже нее система находится в твердом состоянии (solid). Картина этих линий для простейшего случая (так называемый случай простой эвтектики) показана на рисунке. Главная ее особенность — при некотором значении $n = n_E$ линия ликвидуса опускается до линии солидуса. Легко понять, что n_E тогда соответствует эвтектическому соотношению металлов в сплаве. Сплав такого состава является самым легкоплавким, он кристаллизуется при температуре t_E, причем сразу весь, без образования дополнительных фаз.

Получившаяся картина называется фазовой диаграммой двойной системы A–B в координатах состав–температура. Линии ликвидуса и солидуса разделяют на ней области различных состояний этой системы. Каких именно — отмечено на рисунке.

Отметим, что фазовые диаграммы многих двойных систем имеют гораздо более сложный вид, чем в разобранном нами случае и включают многочисленные дополнительные области. Если вас заинтересовал этот научный сюжет, посвященную ему литературу вы легко найдете в сети Интернет.

На следующей странице приведена реальная (немного упрощенная) фазовая диаграмма системы цинк–кадмий.

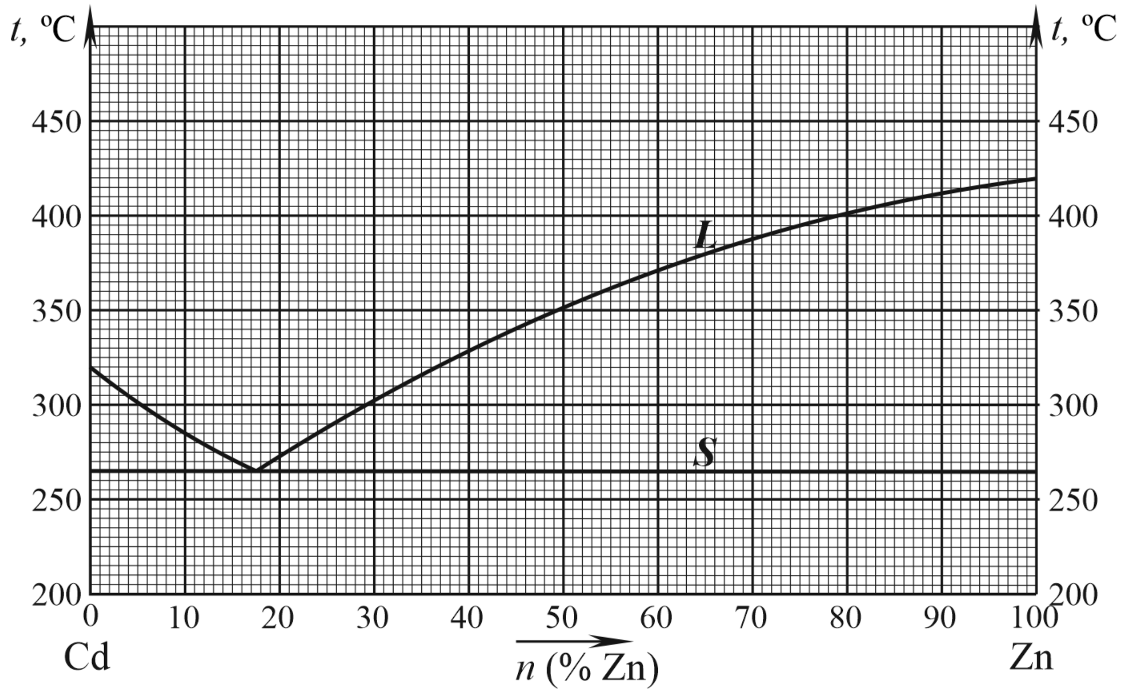


Рисунок 2. Фазовая диаграмма системы цинк–кадмий. Значение $n = 0$ соответствует чистому кадмию, $n = 100$ — чистому цинку.