Задание 1.

У Коли есть квадратный трёхчлен x^2+ax+b. На одной стороне бумажки он написал его корни, а с другой стороны этой же бумажки — его коэффиценты a и b. Оказалось, что все написанные числа являются целыми и отличными от нуля. Затем он отдал эту бумажку Оле, которая, посмотрев на бумажку, сказала, что Коля скорее всего ошибся, так как на обеих сторонах бумажки написаны одни и те же чилса, чего явно не может быть. Определите действительно ли ошибся Коля или, если он всё-таки всё сделал правильно, то какие числа написаны на бумажке?

Задание 2.

В ромб $ABCD$ вписана окружность ω с центром O. Точки P и Q выбраны на сторонах BC и CD соответственно таким образом, что PQ касается ω в точке L. Обозначим точку касания ω со стороной CD через K. Докажите, что площадь треугольника PQD равна площади четырёхугольника $OLQK$.

Задание 3.

В классе учится 36 человек. Каждое утро заходя в класс некоторые из них в качестве приветствия жмут друг другу руки, причём никто никому не жмёт руку за день более одного раза. В один из дней оказалось, что никакие двое учеников, которые сделали одинаковое количество рукопожатий, не жали руку друг другу. Какое максимальное число рукопожатий могло быть совершено в этот день?

Задание 4.

Назовём число n *волшебным*, если оно делит число $(n-1)! \times \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n-1}\right)$. Найдите все волшебные числа n в промежутке от 10 до 100.

Задание 5.

Существует ли множество натуральных чисел A, для которого выполнены следующие свойства: всевозможные суммы двух элементов из A уникальны (т. е. не бывает двух различных пар элементов, у которых суммы одинаковы), и при этом среди этих сумм можно найти 2020 подряд идущих натуральных чисел.