Решение задачи №1.

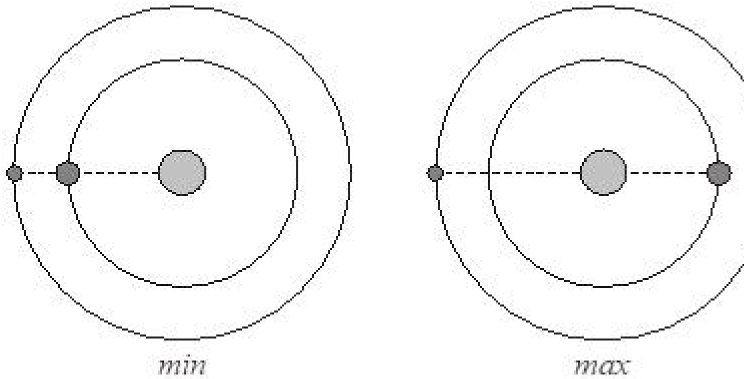
Петя забыл учесть, что вода, которую он наливал, имела температуру больше 0°C. Таким образом, после контакта с водой часть льда растаяла, что могло привести к перераспределению льда в стакане (если кусочки были между собой как-то зацеплены) и таянию нижних слоев ледяной «горки». Вода – текучая, она может заполнять промежутки между кусочками льда. Кроме того, ее плотность больше плотности льда. Поэтому таяние льда в такой системе приводит к понижению уровня содержимого стакана.

Решение задачи №2.

Нажатие тормоза останавливает движение велосипеда, при этом тело велосипедиста продолжает в первые моменты двигаться вперед по инерции. Для того, чтобы не упасть с велосипеда при резком торможении, нужно сохранить положение переднего колеса, в котором оно смотрит "прямо". Гриша во время торможения не трогал руль, и колесо осталось направленным вперед, поэтому он удержался. Вася при торможении давил на руль обеими руками симметрично, поэтому руль тоже никуда не повернулся, и так ему удалось не упасть. Что же касается Пети, то после торможения его толкнуло вперед и, надавив на руль одной рукой, он повернул переднее колесо. Велосипед тормозит не мгновенно, а проезжает некоторое расстояние после нажатия на тормоз. Петя, повернув колесо, попытался совершить крутой поворот на большой скорости, почему и полетел кувырком.

Решение задачи №3.

Минимально возможное расстояние между планетамидостигается тогда, когда обе они находятся на одной прямой со звездой с одной стороны от нее, а максимально возможное - когда планеты на одной прямой со звездой по разные стороны от нее (см. рисунок). В следующий раз максимальное расстояние между планетами будет тогда, когда более быстрая планета обгонит более медленную на пол-оборота. Ответ можно получить, рисуя положения планет через разные последовательные промежутки времени, но лучше решить задачу в общем виде. Пусть нужное время – x лет. За это время медленная планета сделает x оборотов, а быстрая – $\frac{x}{0{,}8} = \frac{5}{4}x$. Если быстрая планета за это время обогнала медленную на половину оборота, то $\frac{5}{4}x = x + \frac{1}{2}$, откуда $x = 2$ года.



Решение задачи №4.

а) Заметим, что и до, и после удаления пробки 1, давление внутри и снаружи сосуда остаётся атмосферным. Это значит, что вытаскивание пробки не скажется на положении сосуда в ванне, как и на уровне воды внутри.

Из того, что сосуд держится на плаву, очевидно следует, что плотность материала, из которого он изготовлен, меньше плотности воды. Действительно, представим, что этот сосуд сделан из материала, который плотнее воды. Тогда уже нижняя его часть, находящаяся под уровнем воды в ванне и заполненная водой, утонула бы, не говоря уже о дополнительной нагрузке в виде верхней части. Посмотрим, что будет после удаления пробки 2. Давление столба воды внутри сосуда больше, чем давление воды снаружи, значит, вода начнет вытекать в ванну.

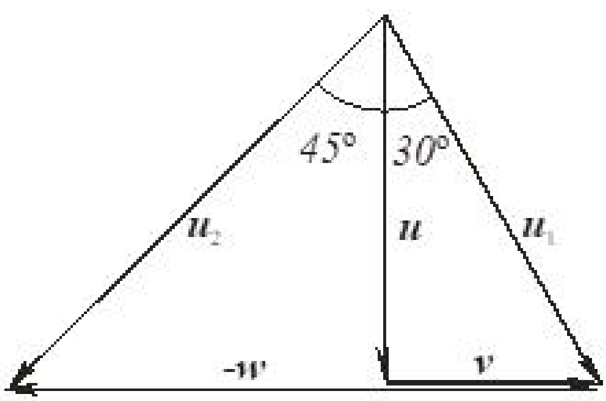
По мере уменьшения количества воды внутри, сила тяжести, действующая на весь этот плавающий объект тоже уменьшится, что приведет к уменьшению уравновешивающей ее силы Архимеда, т.е. уменьшению вытесняемого объема воды. Поэтому глубина погружения сосуда уменьшится – он поднимется на некоторую высоту, а уровень воды внутри опустится и будет совпадать с уровнем воды в ванне.
б) Теперь представим, что первой вынули пробку 2. Высота слоя воды над нижним отверстием внутри сосуда больше, чем такая же высота в ванне. Давление воздуха над обеими поверхностями воды атмосферное. Значит, сразу после вытаскивания пробки некоторое количество воды выльется наружу. Но из-за этого давление воздуха внутри сосуда уменьшится и это остановит ее вытекание. Сосуд чуть-чуть полегчает и немного всплывет. Если из него вытек объем воды V, то ровно на эту величину должен уменьшится объем его погруженной части – чтобы суммарная сила тяжести осталась уравновешена силой Архимеда. Сосуд тогда поднимется на $\Delta h_1 = \frac{\Delta V}{S_1}$, где – S_1 площадь его внешнего сечения. А уровень воды в нем относительно него опустится на $\Delta h_2 = \frac{\Delta V}{S_2}$, где – S_2 площадь сечения внутренней полости. Поскольку $S_2 < S_1$ (и очень заметно, у сосуда должны быть толстые стенки, иначе он не сможет плавать, наполненный водой), то $\Delta h_2 > \Delta h_1$. Поэтому относительно уровня воды в ванне ее уровень в сосуде опустится, хотя и останется выше его (потому, что давление в сосуде стало меньше атмосферного). Правда, заметными все эти смещения будут только в случае очень большого сосуда (в несколько метров высотой), потому что атмосферному давлению соответствует высота столба воды приблизительно 10 м.
Когда мы вытащим пробку 1, сосуд будет вести себя так, как описано в пункте «а».

Решение задачи №5.

Для того, чтобы подставка удовлетворяла поставленному условию нужно, чтобы под весом одного журнала пружина сжималась ровно на толщину журнала. В таком случае под весом стопки журналов любой толщины подставка будет сжиматься от суммарного веса всех журналов на суммарную толщину стопки по закону Гука. Найдем жесткость пружины, необходимую для этого. Для одного журнала $mg = kd$, откуда $k = 400$ Н/м. Заметим, что нам необходима пружина с ровно вдвое большей жесткостью чем та, что у нас есть. Получить ее можно, отрезав от имеющейся пружины половину, так как при последовательном соединении двух одинаковых пружин жесткость получившейся будет вдвое меньше. Таким образом, необходимая длина пружины $l = 50$ см, а высота пластиковой платформы $h = 30$ см для того, чтобы сделать полную высоту равной 80 см.

Решение задачи №6.

а) Поскольку все люди на платформе наклонили свои зонты влево (а мы верим в их адекватность) – значит, ветер относительно земли дует вправо. Картина, которую видит пассажир поезда будет наблюдаться в том случае, если поезд тоже едет вправо по рисунку, но со скоростью, превышающей скорость ветра. Тогда относительно него воздух будет двигаться влево, и струи дождя будут отклонены от вертикали именно в эту сторону.

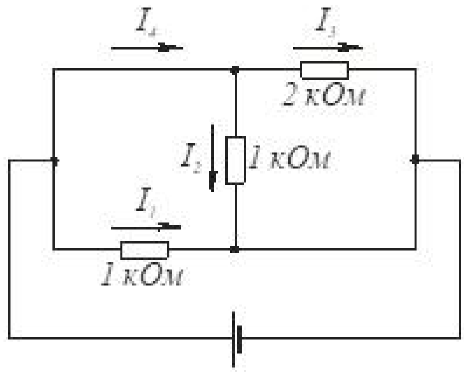


б) Пусть u – вектор скорости капель относительно воздуха (эта скорость направлена вертикально вниз), v – вектор скорости ветра относительно земли, w – вектор скорости поезда относительно земли. Тогда скорость капель относительно земли $u_1 = u + v$, и мы знаем, что этот вектор образует с вертикалью угол 30° (см. рисунок) – именно навстречу ему люди поворачивают зонты, чтобы как можно большую часть своего тела защитить от дождя. В системе отсчета поезда скорость капель $u_2 = u_1 - w$, направлена она под углом 45° к вертикали. Тогда, как видно из рисунка,

$$u = w - v$$
$$v = u \operatorname{tg} 30^o = \frac{1}{\sqrt{3}}(w - v)$$
$$\text{Отсюда } w = (1 + \sqrt{3})v \approx 27,3 \textit{ м/с} \approx 98,3 \textit{ км/ч}$$

Решение задачи №7.

Для приближенного вычисления искомого напряжения заметим, что сопротивления резисторов 10 Ом и 20 Ом много меньше, чем сопротивления «больших» резисторов 1 кОм, 1 кОм и 2 кОм. Поскольку токи через все резисторы имеют, очевидно, одинаковый порядок величины, напряжения на «малых» резисторах будут малы по сравнению с напряжениями на «больших». Тогда при вычислении токов эти напряжения можно положить равными нулю и считать, что к каждому из «больших» резисторов приложено просто напряжение источника (см. рисунок). Тогда токи через них



$$I_1 = I_2 = \frac{10 \text{ В}}{1 \text{ кОм}} = 10 \text{ мА}$$
$$I_3 = \frac{10 \text{ В}}{2 \text{ кОм}} = 5 \text{ мА}$$

Из рисунка видно, что ток через резистор 10 Ом тогда равен

$$I_4 = I_2 + I_3 = 15 \text{ мА},$$

а напряжение на нем

$$U = 15 \text{ мА} \times 10 \text{ Ом} = 0,15 \text{ В}.$$

Как видим, оно действительно мало по сравнению с напряжением источника.

Решение задачи №8.

Когда на весах лежит пустая оболочка от шарика, весы показывают только вес оболочки: $P_0 = m_0 g$. В случае надутого шарика $P = m_0 g + mg - F_A$, где m_0 – масса оболочки, m – масса воздуха в шарике, $F_A = m'g$ – сила Архимеда. Для надутого шарика силу Архимеда учитывать обязательно, так как избыточная плотность воздуха в шарике не слишком велика и масса воздуха в шарике m сравнима в массой вытесняемого шариком атмосферного воздуха m'. Из уравнений видно, что добавочная масса, показываемая весами, равна разности этих масс $\Delta m = m - m'$. Пусть объем шарика равен V, избыточное давление в нем

– Δp, комнатная температура – T, средняя молярная масса воздуха – M. Тогда из закона Менделеева-Клапейрона и его линейности $\Delta pV = \frac{\Delta m}{M}RT$. Средняя молярная масса воздуха $M \approx 29$г/моль (если Вы ее не помните, можно взять молярную массу азота – ошибка будет небольшой). Для оценки возьмем $T = 300$К, а шарик будем считать сферой с радиусом 10 см, его объем тогда $V \approx 4 \times (0,1)^3 = 4 \times 10^{-3}$ м^3. Тогда получим, что

$$\Delta p = \frac{\Delta m}{M}\frac{RT}{V} \approx 2000 \text{ Па}$$

Решение задачи №9.

После включения кипятильника температура воды начнет повышаться, однако при этом будет увеличиваться и скорость ее испарения. Поскольку на парообразование затрачивается тепловая энергия, тепловая мощность $_{\text{н}}$, идущая на нагревание воды, в любой момент будет равна разности мощности кипятильника P и мощности $P_{\text{и}}$, идущей на испарение:

$$P_{\text{Н}} = P - P_{\text{И}}.$$

Обозначим: S – площадь поверхности воды, L – ее удельная теплота парообразования, c – удельная теплоемкость, W – массовая скорость испарения с единицы площади поверхности, t – температура, τ – время. Тогда

$$P_{\text{И}} = WSL.$$

Найдем максимальное значение этой мощности. Из графика видно, что W максимальна непосредственно перед закипанием (при температуре 100°С), и ее максимальное значение $W_{\text{м}} \approx 4,1$ г/(м2 × с). Значит, максимальная мощность испарения

$$P_M = W_M SL \approx 188 \text{ Вт}.$$

а) $P = 50$Вт. Эта мощность меньше величины P_M, поэтому вода в этом случае никогда не закипит. С течением времени разность $P - P$, идущая на нагревание будет уменьшаться, температура будет расти все медленнее, пока не достигнет (через достаточно большое время) значения, при котором $P_{\text{И}}$ сравняется с P. После этого температура престанет меняться – все тепло, вырабатываемое кипятильником, будет уходить на испарение. Чтобы найти установившуюся температуру, вычислим значение W, соответствующее мощности кипятильника:

$$W_x = \frac{P}{SL} \approx 1,1 \text{ г}/(\text{м}^2 \times c).$$

По графику находим, что такая скорость испарения достигается при температуре $t \approx 78^{\text{o}}$.
Чтобы понять, успеет ли эта температура установиться (не испарится ли к этому моменту вся вода), найдем время испарения всей воды из кастрюли при температуре t: $\tau_{\text{и}} = \frac{m}{WS} \approx 4,5 \times 10^4$ с.
Характерное время установления температуры можно оценить как время нагревания воды от $t_0 = 20^{\text{o}}C$ до t полной мощностью кипятильника (без учета испарения):

$$\tau = \frac{cm(t-t_0)}{P} \approx 4,9 \times 10^3 \text{ с}.$$

Как видим, $\tau_y < \tau_{\text{И}}$. Это означает, что к моменту полного испарения температура воды успевает с хорошей точностью установиться.
б) $P = 200$ Вт. Эта мощность лишь ненамного больше максимальной мощности испарения P_M. Значит, в этом случае температура вначале быстро растет, а потом, когда температура уже приближается к 100°С, скорость ее роста резко падает. Для оценки времени закипания разобьем весь процесс на два этапа.
1) Нагревание от 20°С до 80°С. В начале этого этапа скорость испарения $W_0 \approx 0,15$ г/(м$^2 \times$), в конце – $W_1 \approx 1,2$ г/(м$^2 \times$). Даже максимальная мощность испарения на этом этапе – примерно четверть мощности кипятильника. Поэтому для оценки можно вообще не учитывать эту мощность и считать, что все тепло, выделяемое кипятильником, идет на нагревание воды: $P_{\text{И}} \approx P$. Тогда время, занимаемое этим этапом

$$\tau_1 \approx \frac{cm(t_1-t_0)}{P} \approx 1,3 \times 10^3 \times .$$

Здесь $t_1 = 80^oC$. Оценим также массу воды Δm_1, испарившуюся на этом этапе. Для оценки будем считать, что средняя скорость испарения равна среднему арифметическому W_0 и W_1. Тогда

$$\Delta m_1 \approx \frac{1}{2}(W_0 + W_1)S\tau_1 \approx \frac{W_1}{2}S\tau_1 \approx 16 \text{ г}$$

Как видим $m \gg \Delta m_1$, – изменением массы воды в кастрюле на этом этапе можно пренебречь.
2) Нагревание от 80°С до 100°С. В начале этого этапа скорость испарения $W_1 \approx 1,2$ г/(м$^2\times$с), в конце – $W \approx 4,1$ г/(м$^2 \times$ с). Мощность нагревания изменяется от $P_{\text{Н1}} = P - P_1 \approx 145$ Вт до $P_{\text{Н2}} = P - P_M \approx 12$ Вт. Для оценки будем считать, что средняя мощность нагревания равна среднему арифметическому $P_{\text{Н1}}$ и $P_{\text{Н1}}$:

$$P_{\text{ср}} \approx \frac{1}{2}(P_{\text{Н1}} + P_{\text{Н2}}) \approx 80 \text{ Вт}.$$

Тогда время, занимаемое этим этапом

$$\tau_2 \approx \frac{cm(t_{\text{М}}-t_1)}{P_{\text{ср}}} \approx 1,1 \times 10^3 \text{ с}.$$

Здесь мы опять пренебрегаем массой испарившейся воды. Чтобы понять, насколько справедливо такое приближение, оценим эту массу. Поскольку скорость нагревания к концу этого этапа резко падает (большую часть времени вода проводит при температурах, близких к 100°С), для оценки будем считать среднюю скорость испарения близкой к $W_{\text{м}}$. Тогда масса испарившейся воды
$\Delta m_2 \approx W_{\text{М}} S\tau_2 \approx 90$ г,
что уже довольно заметно на фоне 1 кг, находившегося в кастрюле вначале. Однако на грубую (с точность в десятки процентов) оценку это изменение массы не повлияет.
Полное время закипания, таким образом, можно оценить как

$$\tau \approx \tau_1 + \tau_2 \approx 2,4 \times 10^3 \text{ с} = 40 \text{ мин}.$$

в) $P = 1$ кВт. Эта мощность в несколько раз больше максимальной мощности испарения, поэтому в этом случае потерями тепла на испарение можно пренебречь. Мощность нагревания воды тогда $P_{\text{Н}} \approx P$ и ее можно считать постоянной в течение всего времени закипания. Это время тогда

$$\tau \approx \frac{cm(t_{\text{М}} - t_0)}{P} \approx 340 \text{ с.}$$

Заметим, что при постоянной мощности нагрева температура воды будет линейно расти в зависимости от времени. А тогда средняя (по времени) скорость испарения будет равна средней по температуре. Чтобы найти эту среднюю по температуре скорость, вычислим площадь под графиком $W(t)$ (сложив высоты столбиков шириной в одно деление оси t и умножив результат на 2 – цену деления в градусах) и поделим ее на интервал изменения температуры (80°). Получим $W_{\text{ср}} \approx 0,91 \text{г}/(\text{м}^2\text{с})$. Тогда масса испарившейся до закипания воды

$$\Delta m = W_{\text{ср}} S \tau \approx 6,2 \text{ г.}$$

Решение задачи №10.

Обозначим заряды **u-**, **d-** и **s-**кварков q_u, q_d и q_s. Тогда для зарядов трех частиц из таблицы имеем:

$$2q_u + q_d = e$$
$$q_u + 2q_d = 0$$
$$q_u - q_s = e$$

(заряд **-**кварка равен $-q_s$). Решая систему уравнений, получаем:

$$q_u = +\frac{2}{3}e,\ q_d = -\frac{1}{3}e,\ q_s = -\frac{1}{3}e$$

б) Поскольку состав частицы – пара кварк-антикварк, белый цвет можно получить только комбинацией: какой-либо цвет (у кварка) – соответствующий ему антицвет (у антикварка). Все возможные комбинации приведены в таблице:

u-кварк	**r**	**g**	**b**
$\bar{\mathbf{d}}$**-**кварк	**c**	**m**	**y**

в) Решение существенно основано на понятии *пространства цветов*. А именно: в рамках «цветовой» модели состояние частицы задаётся как *вектор* в трёхмерном пространстве, в котором каждый из «цветов» **r**, **g**, **b** является одним из трех базисных векторов. В свою очередь, дополнительные «цвета» антикварков: **c**, **m**, **y**, соответственно, обозначают противоположные вектора: $\mathbf{c} = \mathbf{-r}, \mathbf{m} = \mathbf{-g}, \mathbf{y} = \mathbf{-b}$. Наконец, «белым» называется любой вектор вида $n(\mathbf{r} + \mathbf{g} + \mathbf{b})$ (то есть все три компоненты разложения по заданным базисным векторам одинаковы) – и только такой. Аналогия основана на замечательном свойстве нашего цветного зрения, сегодня многим знакомом благодаря компьютерной графике. Аналогия, кстати, не

совсем точная: см. Фейнмановские лекции по физике, вып. 3.
Рассмотрим частицу, в составе которой n кварков и $\bar{n}$ антикварков. Эта частица должна быть белой. Пусть n_r, n_g и n_b кварков имеют, соответственно, цвета **r**, **g** и **b**, а n, n_m и n_y антикварков имеют, соответственно, цвета **c**, **m** и **y**. Тогда – по определению «цвета» в этой модели – «цвет» частицы есть вектор

$$\mathbf{V} = n_r\mathbf{r} + n_g\mathbf{g} + n_b\mathbf{b} + n_c\mathbf{c} + n_m\mathbf{m} + n_y\mathbf{y}.$$

Подставляя определение дополнительных «цветов», имеем:

$$\mathbf{V} = (n_r - n_c)\mathbf{r} + (n_g - n_m)\mathbf{g} + (n_b - n_y)\mathbf{b}.$$

Тогда условие бесцветности запишется как:

$$n_r - n_c = n_g - n_m = n_b - n_y = x,$$

где для удобства введена новая целочисленная переменная x. С другой стороны, полное число кварков есть $n = n_r + n_g + n_b$, а антикварков – $\bar{n} = n_c + n_m + n_y$. Тогда из условия бесцветности получаем, что

$$n - \bar{n} = (n_r - n_c) + (n_g - n_m) + (n_b - n_y) = 3x,$$

то есть **разница чисел кварков и антикварков в составе любой наблюдаемой (бесцветной) частицы кратна 3**.
В случае пентакварка ($n + \bar{n} = 5$) прямым перебором получаем, что это требование выполняется только для $x = 1$ ($n = 4$, $\bar{n} = 1$) и $x = -1$ ($n = 1$, $\bar{n} = 4$). Пентакварк может состоять либо из четырех кварков и одного антикварка, либо из одного кварка и четырех антикварков. Достаточность названного требования неочевидна, но для каждого из двух полученных решений можно привести примеры цветовых состояний, дающих белую частицу. Это, например, **rgbrc** и **cmyby**.